

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

الفصل الدراسي الثاني



قام بالتأليف والمراجعة

فريق من المتخصصين

طبعة ١٤٤٢ ـ ٢٠٢٠

يوزع مجاناً ولا يباع



ⓒ وزارة التعليم ، ١٤٣٧هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم
الرياضيات للصف الثاني المتوسط : الفصل الدراسي الثاني (كتاب الطالب)
وزارة التعليم. الرياض ، ١٤٣٧هـ .
٢١٢ص ؛ ٢١ X ٢٧,٥ سم
ردمك : ٨-٢٢٢-٥٠٨-٦٠٣-٩٧٨
١ ـ الرياضيات ـ كتب دراسية ٢ ـ التعليم المتوسط ـ السعودية ـ
كتب دراسية. أ ـ العنوان
ديوي ٥١٠,٧١٣ ١٤٣٧/٤٢٢٤

رقم الإيداع : ١٤٣٧/٤٢٢٤
ردمك : ٨-٢٢٢-٥٠٨-٦٠٣-٩٧٨



حول الغلاف
صورة الطائر على سطح الماء تمثل انعكاسًا على هذا السطح.
تدرس في الفصل الخامس الانعكاس باعتباره أحد أنواع التحويلات الهندسية.

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم
www.moe.gov.sa

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين"



IEN.EDU.SA

تواصل بمقترحاتك لتطوير الكتاب المدرسي



FB.T4EDU.COM




بسم الله الرحمن الرحیم





المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيّئ للطالب فرص اكتساب مستويات عُليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية، وعيًا بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءًا من المرحلة الابتدائية، سعيًا للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلاب، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية.
- تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
- إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
- الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملاً، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
- الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف استراتيجياته المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
- الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
- الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلاب بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.

ونحن إذ نقدّم هذه الكتب لأعزائنا الطلاب، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق



الفهرس

الفصل ٦ القياس: المساحة والحجم

الفصل ٧ الجبر: المعادلات والمتباينات



الفهرس

الفصل ٨ الجبر: الدوال الخطية

الفصل ٩ الإحصاء

الفصل ١٠ الاحتمالات

* موضوعات غير مقررة على مدارس تحفيظ القرآن الكريم.

في كل فصل لا تخصص حصة لكل من التهيئة والمراجعة والاختبارات.



إليك عزيزي الطالب

ستركز في دراستك هذا العام على المجالات الرياضية الآتية:

- **الجبر:** تحليل الدوال الخطية وتمثيلها، وحل المعادلات الخطية في تطبيقات مختلفة.
- **القياس والهندسة:** تحليل الأشكال الثنائية والثلاثية الأبعاد.
- **تحليل البيانات:** تمثيل البيانات وتحليلها وتفسيرها.

وفي أثناء دراستك، ستتعلم طرائق جديدة لحلّ المسألة، وتفهم لغة الرياضيات وتستعمل أدواتها، وتنمّي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.

كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- **اقرأ** فكرة الدرس في بداية الدرس.

- **ابحث** عن المفردات المظللة **باللون الأصفر**، واقرأ تعريف كل منها.

- **راجع** المسائل الواردة في مثال ، والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتذكّرك بالفكرة الرئيسة للدرس.

- **استعمل** إرشادات للأسئلة لتعرف ما الأمثلة التي تساعدك على حل التمارين والواجبات المطلوبة.

- **ارجع** إلى إرشادات للدراسة حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة المحلولة.

- **راجع** ملاحظاتك التي دوّنْتها في المَطْوِيّاتُ

- **زُر** الموقع www.ien.edu.sa وسوف تجد أمثلة وأنشطة إضافية تساعدك على حل بعض المسائل الصعبة.





القياس: المساحة والحجم



الفكرة العامة

- أجد مساحات أشكال هندسية مستوية، وحجوم مجسّمات ومساحاتها الجانبية والكلية.

المفردات الرئيسة:

المنشور ص (٢١)

الهرم ص (٢١)

الأسطوانة ص (٢٦)

المخروط ص (٣٤)

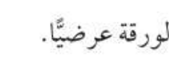


الربط بالحياة:

مشروع القديّة: يقع على بعد ٤٠ كيلومتراً غرب الرياض ويعتبر نموذجاً جديداً لتنمية الأراضي الصحراوية فهو يضم جبالاً وأودية وإطلالة على الصحراء، وتبلغ مساحته ٣٣٤ كيلومتراً مربعاً.

المَطْوِيّاتُ
مُنَظِّمُ أفْكار

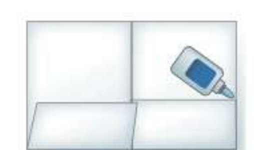
القياس: المساحة والحجم: اعمل هذه المطويّة لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة A3 على النحو الآتي:



١ **اطوِ** الورقة عرضيًّا.



٢ **افتح** الطية السابقة، واطوِ أسفل الورقة لتكوِّن جيبًا، وألْصِق حوافَّه.



٣ **سمِّ** كل جيب كما يظهر في الشكل، وضع بطاقات صغيرة داخله.



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئـــة

أجب عن الاختبار الآتي: **انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.**

اختبار سريع

أوجد ناتج الضرب: (الدرسان ١-٣ ، ١-٨)

١) $\frac{١}{٣} \times ٨ \times ١٢$

٢) $\frac{١}{٣} \times ٤ \times ٩^{٢}$

٣) **رياضة:** يمارس سلمان رياضة الجري ستة أيام في الأسبوع، حيث يجري ٤ كلم في اليوم الواحد. فإذا قرر أن يجري $\frac{١}{٣}$ هذه المسافة فقط كل يوم، فكم يجري في الأسبوع الواحد؟ (الدرس ١-٣)

أوجد قيمة ٢أب + ٢ب جـ + ٢أ جـ إذا علمت أن: (مهارة سابقة)

٤) أ = ٥، ب = ٤، جـ = ٨

٥) أ = ٢، ب = ٣، جـ = ٩

٦) أ = ٥,٤ ، ب = ٢,٩ ، جـ = ٧,١

٧) أ = ٢,٦ ، ب = ٦,٤ ، جـ = ١٠,٨

أوجد قيمة كلٍّ من العبارات الجبرية الآتية مستعملًا ط ≈ ٣,١٤، ومقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة: (مهارة سابقة)

٨) ط × ١٥

٩) ٢ × ط × ٣,٢

١٠) ط × $٧^{٢}$

١١) ط × $(١٩ \div ٢)^{٢}$

١٢) **فطائر:** تقدر المسافة الدائرية حول رغيف فطيرة قُطره ١٤ بوصة بالمقدار ط × ١٤، أوجد هذه المسافة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (مهارة سابقة)

مراجعة سريعة

مثال ١:

أوجد ناتج: $\frac{١}{٣} \times ٥ \times ٦^{٢}$

$\frac{١}{٣} \times ٥ \times ٦^{٢} = \frac{١}{٣} \times ٥ \times ٣٦$ — أوجد قيمة $٦^{٢}$

$= \frac{١}{٣} \times ١٨٠$ — اضرب ٥ في ٣٦

$= ٦٠$ — اضرب $\frac{١}{٣}$ في ١٨٠

مثال ٢:

أوجدْ قيمة ٢أب + ٢ب جـ + ٢أ جـ إذا كانت: أ =٧ ، ب =٤، جـ =٢.

٢أب + ٢ب جـ + ٢أ جـ

= ٢(٧)(٤) + ٢(٤)(٢) + ٢(٧)(٢) — أ =٧، ب = ٤، جـ = ٢

= ٥٦ + ١٦ + ٢٨ — اضرب

= ١٠٠ — اجمع

مثال ٣:

أوجدْ قيمة ط × $١٦^{٢}$، مستعملًا ط ≈ ٣,١٤، ومقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

ط × $١٦^{٢}$ ≈ ٣,١٤ × ٢٥٦ — أوجد قيمة $١٦^{٢}$

≈ ٨٠٣,٨ — اضرب ٣,١٤ في ٢٥٦





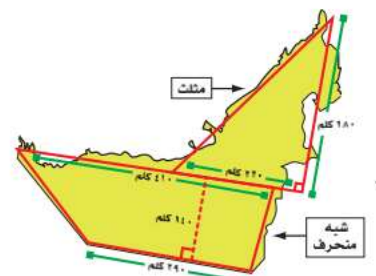
استكشاف
٦ - ١

معمل القياس
مساحات الأشكال غير المنتظمة

فكرة الدرس: أقدّر مساحة شكل غير منتظم.

الشكل غير المنتظم هو الذي لا تكون بعض جوانبه قطعًا مستقيمة، ولتقدير مساحته، قسّمه إلى أشكال أبسط، ثم أوجد مجموع مساحات هذه الأشكال.





قدّر مساحة دولة الإمارات العربية المتحدة في الشكل المجاور.

الخطوة ١ قسّم الشكل إلى مثلث وشبه منحرف.

الخطوة ٢ **مساحة المثلث:**

م = $\frac{١}{٢}$ ق ع — قانون مساحة المثلث

م = $\frac{١}{٢}$ × ٢٢٠ × ٢٨٠ — ق = ٢٢٠، ع = ٢٨٠

م = ٣٠٨٠٠ — بسّط

مساحة شبه المنحرف:

م = $\frac{١}{٢}$ ع (ق$_١$+ق$_٢$) — قانون مساحة شبه المنحرف

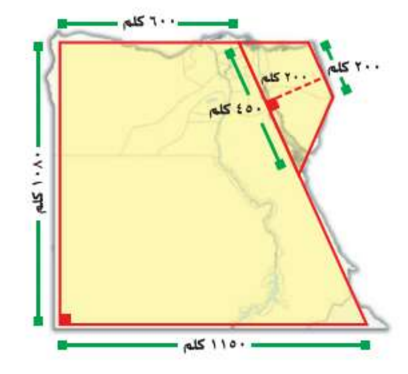
م = $\frac{١}{٢}$ × ١٤٠ × (٤١٠+٢٩٠) — ع = ١٤٠، ق$_١$ = ٤١٠، ق$_٢$ = ٢٩٠

م = ٤٩٠٠٠ — بسّط

المساحة الكلية لدولة الإمارات ≈ ٣٠٨٠٠ + ٤٩٠٠٠ = ٧٩٨٠٠ كلم^٢.

تحقق من معقولية الإجابة: حُلّ المسألة بطريقة أخرى، ثم قارن بين الإجابتين.

حلل النتائج



١) في الشكل المجاور، قُسمت خريطة مصر إلى مضلعات. اشرح كيف تستعمل المضلعات لتقدير مساحتها.

٢) قدّر مساحة كل جزء.

٣) قدّر مساحة الخريطة كاملة.

٤) **بحث:** استعمل الإنترنت أو أيَّ مصدر معرفة آخر لإيجاد المساحة الكلية لمصر، وقارن بينها وبين إجابتك في سؤال (٣).

٥) **بحث:** قدّر مساحة دولة أخرى تختارها، ثم استعمل الإنترنت أو مصدر معرفة آخر للمقارنة بين تقديرك والمساحة الفعلية.



٦ - ١ مساحات الأشكال المركّبة

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

فكرة الدرس:
أجد مساحات أشكال مركّبة.

المفردات
الشكل المركب

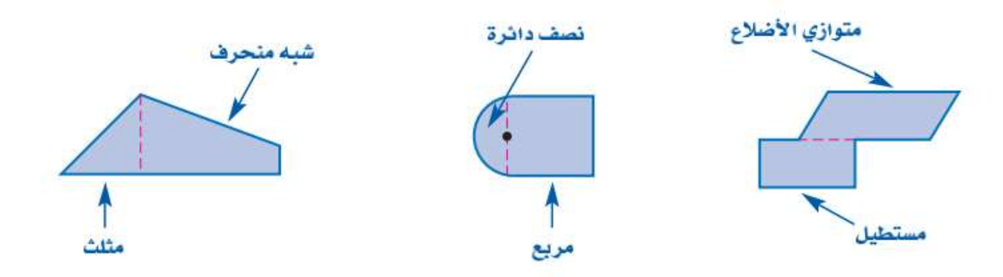
استعد

سباق سيارات: يظهر الشكل المجاور ميدانًا لسباق سيارات.

١ حدّد بعض المضلعات التي تشكّل ميدان السباق.

٢ كيف تستعمل المضلعات في إيجاد مساحة الميدان؟

يتكون **الشكل المركب** من شكلين بسيطين أو أكثر.



ولإيجاد مساحة شكل مركب، قسّمه إلى أشكال يسهُل إيجاد مساحاتها، ثم أوجد مجموع هذه المساحات، وفيما يأتي مراجعة لبعض قوانين المساحات:

قوانين المساحة — مفهومٌ أساسيٌّ

الشكل	التعبير اللفظي	الرموز
متوازي الأضلاع	مساحة متوازي الأضلاع هي ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع.	م = ق ع
المثلث	مساحة المثلث هي نصف ناتج ضرب قاعدته في ارتفاعه .	م = $\frac{١}{٢}$ ق ع
شبه المنحرف	مساحة شبه المنحرف هي نصف ناتج ضرب الارتفاع في مجموع القاعدتين .	م = $\frac{١}{٢}$ ع(ق$_١$+ق$_٢$)
الدائرة	مساحة الدائرة هي ناتج ضرب ط في مربع نصف القطر.	م = ط نق^٢

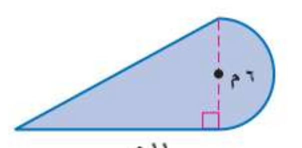
إرشادات للدراسة

نصف دائرة

مساحة نصف الدائرة هي $\frac{١}{٢} \times$ مساحة الدائرة = $\frac{١}{٢}$ط نق^{٢}.

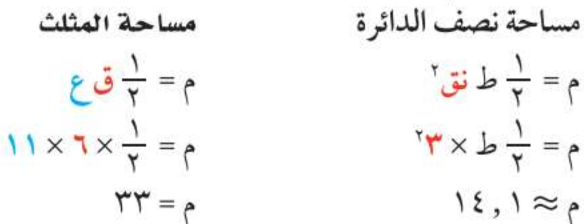
مثال

إيجاد مساحة شكل مركب



١) أوجد مساحة الشكل المركب المجاور.

يمكن تقسيم الشكل إلى نصف دائرة ومثلث.

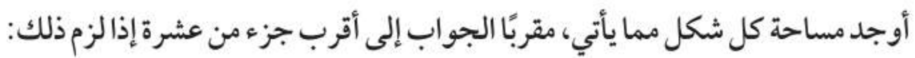


مساحة نصف الدائرة	مساحة المثلث
م = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢}	م = $\frac{١}{٢}$ ق ع
م = $\frac{١}{٢}$ ط × ٣^{٢}	م = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ١١
م ≈ ١٤,١	م = ٣٣

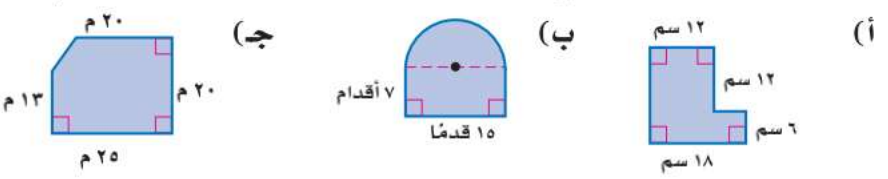
مساحة الشكل ≈ ١٤,١ + ٣٣ = ٤٧,١ مترًا مربعًا.



تحقق من فهمك:



أوجد مساحة كل شكل مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:



مثال من واقع الحياة

٢) **جولف:** يبين الشكل المجاور مخططًا لملعب جولف مصغر، مكون من شبه منحرف ومتوازي أضلاع، فكم قدمًا مربعة من الأعشاب يحتاج هذا المخطط؟

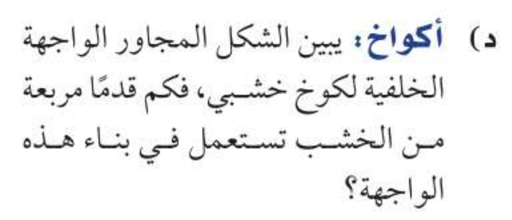


الربط بالحياة: يوجد ما بين ٢٥٠–٤٥٠ حفرة صغيرة في كرة الجولف الرسمية.

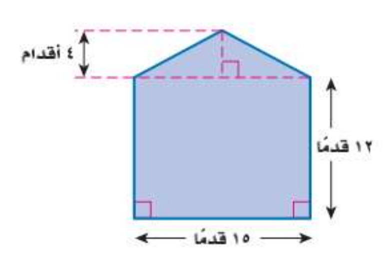
مساحة شبه المنحرف	مساحة متوازي الأضلاع
م = $\frac{١}{٢}$ ع (ق$_{١}$+ق$_{٢}$)	م = ق ع
م = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × (٢+٣)	م = ٦ × ٢,٥
م = ٧,٥	م = ١٥

لذا يحتاج إلى ٧,٥ + ١٥ = ٢٢,٥ قدمًا مربعة من الأعشاب.

تحقق من فهمك:



د) **أكواخ:** يبين الشكل المجاور الواجهة الخلفية لكوخ خشبي، فكم قدمًا مربعة من الخشب تستعمل في بناء هذه الواجهة؟





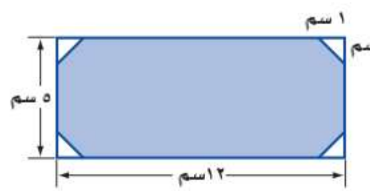
إرشادات للدراسة

المثلثات المتطابقة
في المثلثات المتطابقة، تكون الأضلاع والزوايا المتناظرة متطابقة.

مثال

إيجاد مساحة المنطقة المظللة

٣ في الشكل المجاور، قُصّت أربعة مثلثات متطابقة من مستطيل، أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

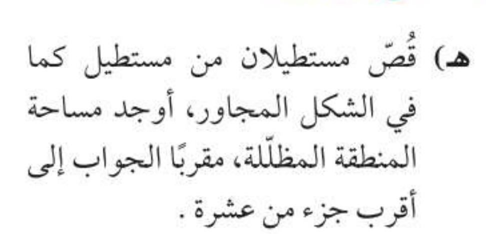


أوجد مساحة المستطيل واطرح مساحة المثلثات الأربعة.

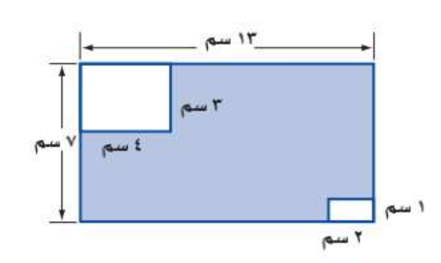
مساحة المستطيل		**مساحة المثلثات**	
م = ل ع		م = ٤ ($\frac{1}{2}$ ق ع)	
م = ١٢ × ٥	ل=١٢، ع=٥	م = ٤ × $\frac{1}{2}$ × ١ × ١	ق=١، ع=١
م = ٦٠	بسّط.	م = ٢	بسّط.

مساحة المنطقة المظلّلة = ٦٠−٢ = ٥٨ سم^{2}.

تحقّق من فهمك:



هـ) قُصّ مستطيلان من مستطيل كما في الشكل المجاور، أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



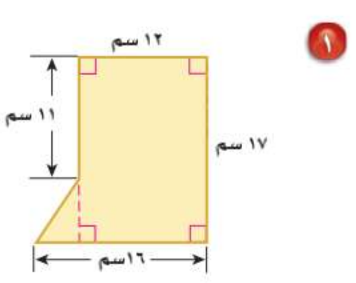


تأكَّد

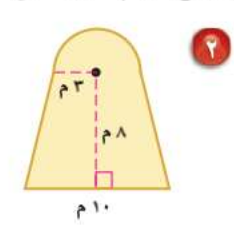
المثال ١

أوجد مساحة الشكلين الآتيين، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

١



٢



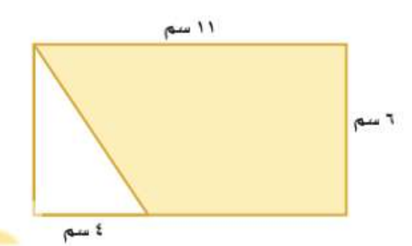
المثالان ٢، ٣

٣ **نوافذ:** صُمّمت نافذة كما في الشكل أدناه، فما مساحتها بالمتر المربع؟

١,٥ م

٢ م

٤ يبين الشكل أدناه مستطيلًا قُصّ منه مثلث. أوجد مساحة المنطقة المظللة.

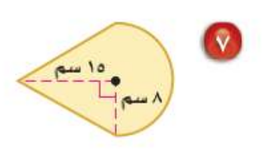


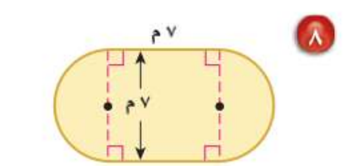
تدرّب وحلّ المسائل

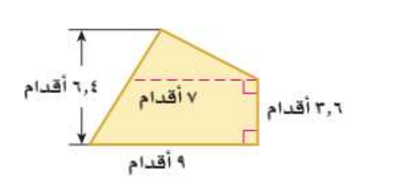
إرشادات للأسئلة

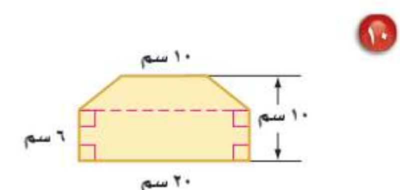
للأسئلة	انظر الأمثلة
٥–١٠	١
١١، ١٢	٢
١٣، ١٤	٣

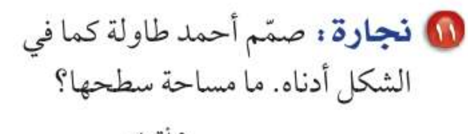
أوجد مساحة الأشكال المركّبة الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

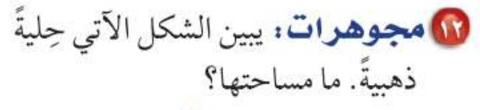
٥


٦


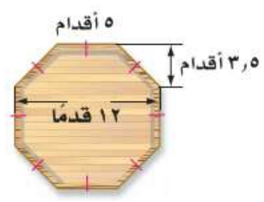
٧


٨


٩


١٠


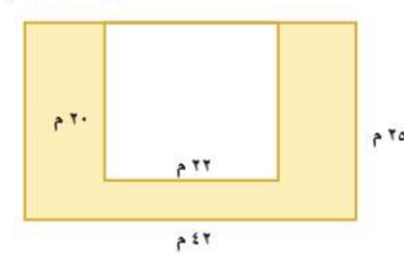
١١ **نجارة:** صمّم أحمد طاولة كما في الشكل أدناه. ما مساحة سطحها؟

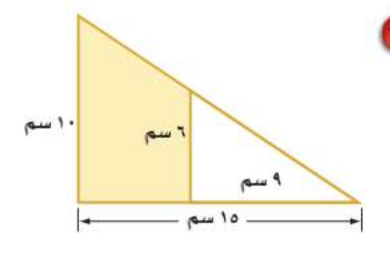


١٢ **مجوهرات:** يبين الشكل الآتي حِليةً ذهبيةً. ما مساحتها؟

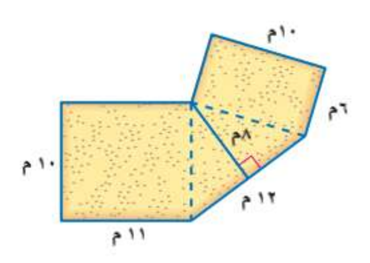


أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة :

١٣


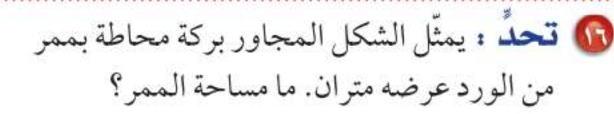
١٤


١٥ **سجاد:** ترغب والدة ليان في تغطية أرضية صالة منزلها بالسجاد كما في الشكل المجاور. ما مساحة السجاد المطلوب شراؤه؟

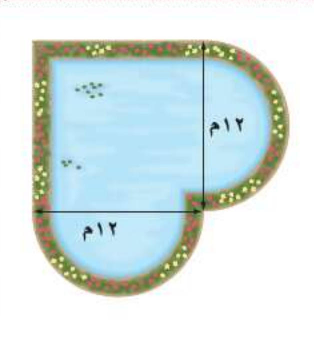




مسائل
مهارات التفكير العليا



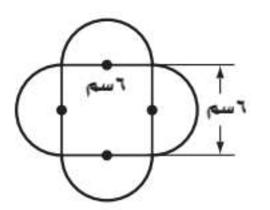
⑯ **تحدٍّ :** يمثّل الشكل المجاور بركة محاطة بممر من الورد عرضه متران. ما مساحة الممر؟



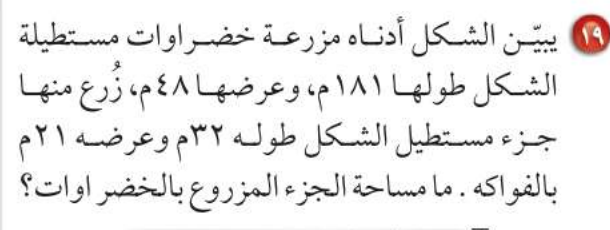
⑰ **اكتب** اشرح طريقتين مختلفتين على الأقل لإيجاد مساحة السداسي المنتظم، مضمنًا إجابتك رسمًا توضيحيًّا لذلك.

تدريب على اختبار

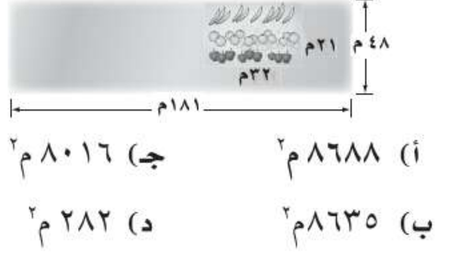
⑱ ما المساحة الكلية للشكل أدناه؟



أ) ٩٢,٩ سم²
ب) ٦٤,٣ سم²
جـ) ٥٦,٥ سم²
د) ٣٦,٠ سم²



⑲ يبيّن الشكل أدناه مزرعة خضراوات مستطيلة الشكل طولها ١٨١م، وعرضها ٤٨م، زُرع منها جزء مستطيل الشكل طوله ٣٢م وعرضه ٢١م بالفواكه . ما مساحة الجزء المزروع بالخضراوات؟



أ) ٨٦٨٨ م²
ب) ٨٦٣٥م²
جـ) ٨٠١٦ م²
د) ٢٨٢ م²

الاستعداد للدرس اللاحق

⑳ **مهارة سابقة :** لُوحظ تناقص أسعار الآلات الحاسبة ، ففي عام ١٤٢٥هـ كان سعر آلة حاسبة من نوع ما ١٢٥ ريالًا ، وأصبح ١٠٧ ريالاتٍ عام ١٤٣٠هـ ، ثم ٨٩ ريالًا عام ١٤٣٥هـ ، إذا استمر تناقص سعر الآلة الحاسبة بالمعدل نفسه، فاستعمل استراتيجية البحث عن نمط في إيجاد سعر آلة حاسبة من النوع نفسه عام ١٤٤٥هـ.







استراتيجية حلِّ المسألة

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية " حل مسألة أبسط ".



حل مسألة أبسط

البراء : يبدو أن الشكل يتكون من ٢٥ مربعًا، إلَّا أنني أظن أن فيه مربعات أكثر من ذلك.

مهمتك : حل مسألة أبسط لإيجاد عدد المربعات في أيِّ شكل مشابه.

افْهَمْ

تعلم أن الشكل يتكون من شبكة مربعات ٥×٥ .

وأبعاد المربعات هي : ١×١، ٢×٢، ٣×٣، ٤×٤، ٥×٥

وتريد معرفة عدد جميع المربعات.

خَطِّطْ

حل مسألة أبسط بإيجاد عدد المربعات في الشبكتين ٢×٢ وَ ٣×٣، ثم البحث عن نمط.

حُلَّ

في الشبكة ٢×٢ أبعاد المربعات المحتملة هي: ١×١، ٢×٢؛ إذن يوجد ٤ مربعات ١×١ ، ومربع واحد ٢×٢، فيكون عدد المربعات جميعها هو ٤ + ١ = ٥ مربعات مختلفة.

في الشبكة ٣×٣ أبعاد المربعات المحتملة هي : ١×١، ٢×٢، ٣×٣؛ إذن هناك تسعة مربعات ١×١، وأربعة مربعات ٢×٢، ومربع واحد ٣×٣، فيكون عدد المربعات جميعها هو ٩+٤+١= ١٤ مربعًا مختلفًا.

خمِّن عدد المربعات في شبكة مكوَّنة من ٤×٤ ، ثم ابحث عن نمط.

عدد المربعات الصغيرة	١	٤	٩	١٦	٢٥
عدد المربعات ذات الأبعاد المختلفة	١	٥	١٤	٣٠	٥٥
		+٤	+٩	+١٦	+٢٥

إذن الشبكة ٥×٥ تحوي ٥٥ مربعًا.

تَحَقَّقْ

تحقَّق من النمط الذي توصَّلت إليه على نحوٍ دقيق للتأكد من صحة جوابك.

حلِّل الاستراتيجية

١ اشرح لماذا يُعد حل مسألة أبسط مفيدًا للبراء.

٢ **اكتب** مسألة حياتيّة تحتاج في حلِّها إلى حل مسألة أبسط، ثم حل المسألة.



مســـائل متنوعـــة

استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط" لحل المسائل ٣-٦:

٣ نجارة: ثلاثة نجارين يصنع كل واحد منهم ثلاثة كراسيّ في ثلاثة أيام، فكم كرسيًّا يمكن لـ ٧ نجارين أن يصنعوا في ٣٠ يومًا، إذا عملوا بالمعدل نفسه؟

٤ طاولات: يوجد في مطعم مدرسة ١٥ طاولة مربعة الشكل، تم وضعها متراصة جانبيًّا لتكون طاولة واحدة طويلة لحفلة الصف، فإذا علمت أن طالبًا واحدًا فقط يمكنه أن يجلس على كل جانب من الطاولة المربعة، فما عدد الطلاب الذين يمكنهم الجلوس حول الطاولة الطويلة؟

٥ مطويات: تحتاج مدرسة إلى ٢٥٠ نسخة من مطوية إرشادية، فإذا كانت المطبعة تضعها في مغلفات تتسع الواحدة لـ ٣٠ أو ٨٠ نسخة، فما عدد المغلفات التي يجب أن تشتريها المدرسة من كل نوع ؟

٦ حِرَف: يستعمل محمد منشارًا لقص أنبوب طويل إلى ٢٥ قطعة صغيرة، فكم مرة سيستعمل المنشار؟

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٧-١٣:

من استراتيجيات حل المسألة
- البحث عن نمط
- استعمال أشكال ڤن
- حل مسألة أبسط

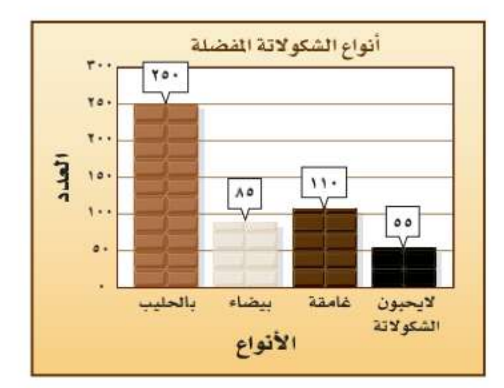
نشاط: استعمل المعلومات الآتية في حل المسألتين ٧، ٨:
أراد ٣٥ طالبًا من الصف الثاني المتوسط الانضمام إلى النشاط الرياضي، و٣٢ إلى النشاط العلمي، و١٥ إلى النشاطين معًا.

٧ مثّل المسألة باستعمال شكل ڤن.

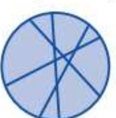
٨ ما عدد طلاب الصف الذين اشتركوا في الأنشطة؟

٩ متطوعون: تطوع ٥ طلاب للاشتراك في عمل اجتماعي، حيث عمل كل طالب ٥ ساعات خلال خمسة أيام، فكم ساعة يتطوع بها ١١ طالبًا في ١٥ يومًا بحسب هذا المعدل؟

١٠ تحليل الرسوم: يظهر الشكل الآتي مسحًا لنوعية الشكولاتة التي يفضلها الطلاب. ما نسبة الطلاب الذين يفضلون الشكولاتة الغامقة؟



١١ فطائر: ما أكبر عدد من القطع ينتج عن استعمال خمس تقطيعات مستقيمة في الفطيرة؟




٣ تقطيعات ٤ تقطيعات

١٢ خضار: يبين الجدول أدناه أسعار الكيلو جرام الواحد من بعض أصناف الخضار، فهل يكفي ٤٠ ريالًا ليشتري عبدالله ٤ كجم من الطماطم، وكيلو جرامًا واحدًا من الجزر، و٨ كجم من البصل؟

الصنف	السعر (ريال)
طماطم	٦,٥
بصل	١,٥
جزر	٣,٧٥

١٣ هواتف: تتقاضى إحدى شركات الهاتف الجوّال ٣٠ ريالًا قيمة الاشتراك الشهري، بالإضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل دقيقة، فإذا كانت قيمة فاتورة هاتف مهند الشهرية ١٢٠ ريالًا، فكم دقيقة بلغت مكالماته؟

٦ - ٣ الأشكال الثلاثية الأبعاد

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa



فكرة الدرس:
أحدِّد الأشكال الثلاثية الأبعاد، وأرسمها.

المفردات
- يقعان في المستوى نفسه
- المستقيمان المتوازيان
- المتعدد السطوح
- الحرف
- الرأس
- الوجه
- القطر
- المستقيمان المتخالفان
- المنشور
- القاعدة
- الهرم

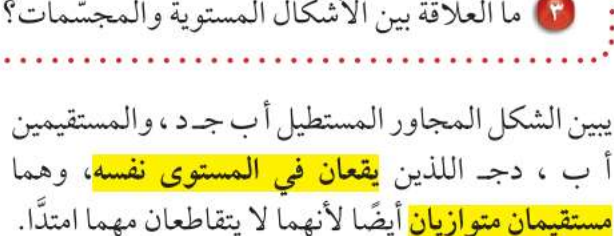
استعد

عمارة: الأشكال المستوية لها بُعدان فقط (طول وعرض) أمّا المجسّمات أو الأشكال الثلاثية الأبعاد كمنارة المسجد فلها ثلاثة أبعاد: طول وعرض وارتفاع.

١) سمِّ الأشكال المستوية التي تكوّن جوانب المنارة.

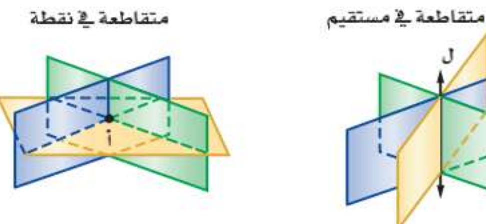
٢) إذا نظرت إلى المنارة من الأعلى فما الشكل الذي تراه؟

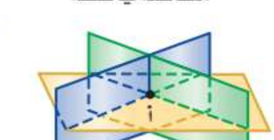
٣) ما العلاقة بين الأشكال المستوية والمجسّمات؟

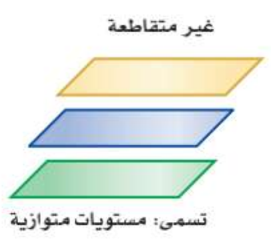


يبين الشكل المجاور المستطيل أ ب جـ د ، والمستقيمين أ ب ، دجـ اللذين **يقعان في المستوى نفسه**، وهما **مستقيمان متوازيان** أيضًا لأنهما لا يتقاطعان مهما امتدَّا.

وكما علمنا أن المستقيمين في المستوى إما أن يكونا متقاطعين أو متوازيين، فإنه في المقابل هناك عدة أوضاع لعلاقة المستويات في الفضاء هي:

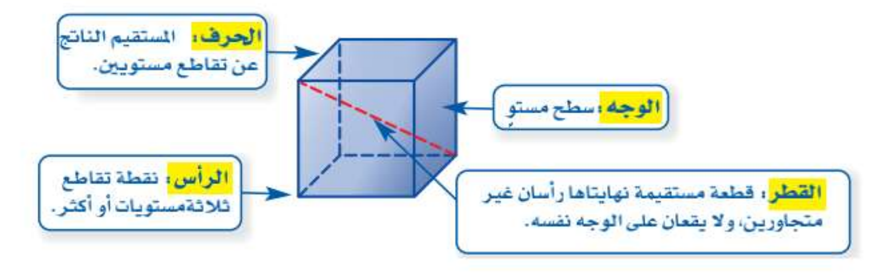






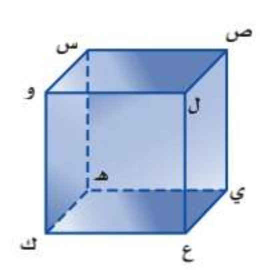
ويمكن أن تكوِّن المستويات المتقاطعة أيضًا شكلًا ثلاثي الأبعاد أو مجسّمًا.

و**متعدد السطوح** مجسّم له سطوح مستوية عبارة عن مضلعات، ومن المفردات المتعلقة بالمجسّمات: الحرف، والوجه، والرأس، والقطر.

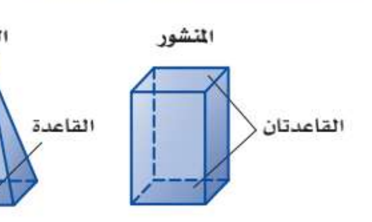




لاحظ أن القطعتين المستقيمتين س ص وَ ل ع في الشكل المجاور غير متقاطعتين، وغير متوازيتين؛ لأنهما لا تقعان في المستوى نفسه. ويُسمى المستقيمان اللذان لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه **مستقيمين متخالفين**.



أمثـــلة — تحديد العلاقات



١) سمِّ مستوًى يوازي المستوى أ ب جـ .

المستوى هـ و ز يوازي المستوى أ ب جـ .

٢) حدّد قطعة مستقيمة مخالفة للقطعة جـ ز .

جـ ز وَ هـ ي متخالفتان.

٣) حدّد نقطتين يمكن رسم قطر بينهما.

القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين ب، ي تشكّل قطرًا .

تحقق من فهمك:

أ) مستعملًا الشكل أعلاه، حدّد تقاطع المستويين أ ب جـ ، جـ د ي.

المنشور والهرم مجسّمان معروفان، ويعتمد اسم كلٍّ منهما على شكل قاعدته.

الهرم

المنشور

القاعدة

القاعدتان

المنشور مجسّم له وجهان متوازيان ومتطابقان يُسميان **القاعدتين**. و**الهرم** مجسّم قاعدته الوحيدة مضلع وأوجُهُهُ مثلثات.

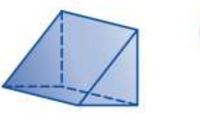
إرشادات للدراسة

خطأ شائع

ليس من الضروري عند رسم متوازي المستطيلات (المنشور المستطيلي) أن تكون قاعدتاه من الأعلى ومن الأسفل فقط، لأنه يمكن اعتبار أي وجهين مستطيلين متوازيين فيه قاعدتين، ويمكن أيضًا اعتبار أي وجه في الهرم الثلاثي قاعدة.

مثـالان — تحديد المنشور والهرم

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجُهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

٤) 

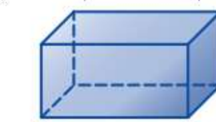
قاعدتا الشكل متوازيتان ومتطابقتان وهما مثلثان، لذا فالشكل منشور ثلاثي، أما الأوجه الثلاثة الأخرى، فهي مستطيلات. وبذلك فإن له ٥ أوجه، وَ٩ أحرف وَ٦ رؤوس.

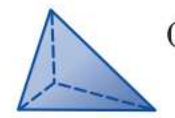
٥) 

للشكل قاعدة واحدة وهي مضلع خماسي، لذا فهو هرم خماسي، أما الأوجه الأخرى فهي مثلثات، وبذلك فإن له ٦ أوجه، وَ١٠ أحرف ، وَ٦ رؤوس.

تحقق من فهمك:

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

ب)  

جـ) 

د)  

يمكنك استعمال مخططات للمجسمات؛ لتصف كيف تظهر عناصرها في الفضاء.



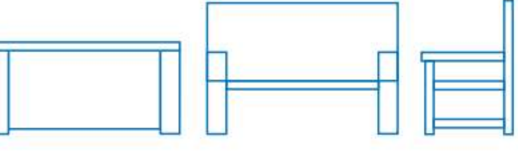


كيف يستفيد المهندسون من الرياضيات؟

يستعمل المهندسون المعماريون الهندسة عند رسم تصاميمهم، حيث يبدؤون بأشكال هندسية بسيطة، ثم يضيفون إليها خطوطًا وزوايا لتكون أكثر جمالًا.

مثال — تحليل الرسوم

٦ أثاث: تبين الصورة المجاورة مقعدًا. ارسم المنظر العلوي والأمامي والجانبي لهذا المقعد.



المنظر الجانبي   المنظر الأمامي   المنظر العلوي



تحقق من فهمك:

هـ) صندوق: ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للصندوق في الصورة المجاورة.

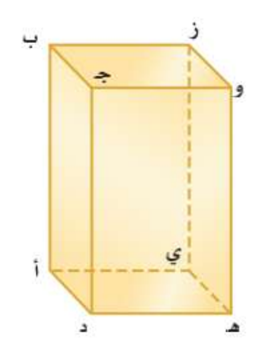




تأكد

الأمثلة ١-٣

استعمل الشكل المجاور لتحدد كلًّا مما يأتي:



١) مستويين متوازيين.

٢) مستقيمين متخالفين.

٣) نقطتين تشكّلان قطرًا عند الوصل بينهما.

٤) مستويين متقاطعين.

المثالان ٤، ٥

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

٥)  

٦)  

٧) 



المثال ٦

٨) **حوض أسماك:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي لحوض الأسماك المجاور.





تدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٩–١٢	١–٣
١٣–١٦	٤، ٥
١٧–١٨	٦

استعمل الشكل المجاور لتحدد كلًّا مما يأتي:

٩) مستويين متوازيين.

١٠) مستقيمين متخالفين.

١١) نقطتين تشكّلان قطرًا عند الوصل بينهما.

١٢) مستويين متقاطعين.

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

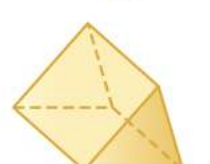
١٣)



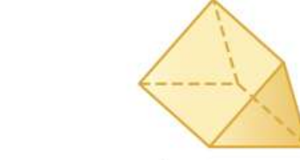
١٤)



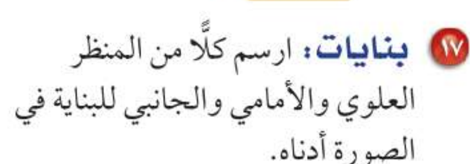
١٥)



١٦)



١٧) **بنايات:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للبناية في الصورة أدناه.



١٨) **خزانة:** تمثّل الصورة أدناه خزانة خشبية لحفظ الملفات. ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للخزانة.





١٩) قرّر ما إذا كان التخمين الآتي صحيحًا أو خاطئًا، واذكر مثالًا مضادًّا إذا كان خطأً:
"يمكن لمستويين في الفضاء أن يتقاطعا في نقطة".

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٠) **مسألة مفتوحة:** اختر مجسَّمًا من واقع الحياة مثل كرسي أو طاولة، وارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي له.

تحدٍّ: حدّد ما إذا كانت العبارات الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا:

٢١) للمنشور قاعدتان وَ ٤ جوانب.

٢٢) يوجد للهرم جوانب متوازية.

٢٣) **اكتب** وضّح لماذا لا يعطي (أحيانًا) المنظر العلوي والأمامي والجانبي لمجسمٍ معلومات كافية لرسم الشكل؟ واذكر مثالًا يؤكّد ذلك.



تدريب على اختبار

٢٤ استقبلت العنود هديةً داخل صندوقٍ كما في الشكل:



أيُّ الأشكال أدناه يمثل المنظر العلوي للصندوق؟

أ)

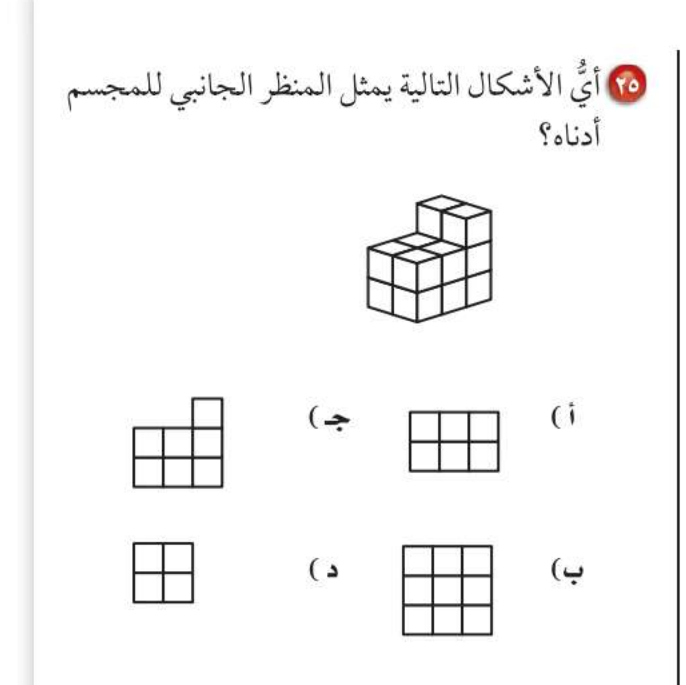
ب)

جـ)

د)



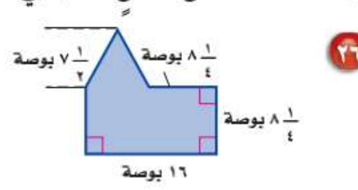
٢٥ أيُّ الأشكال التالية يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



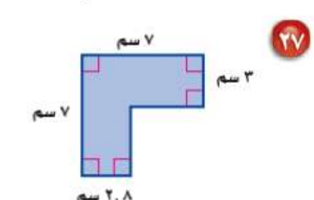
مراجعة تراكمية

أوجد مساحة كل شكلٍ ممَّا يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ - ١)

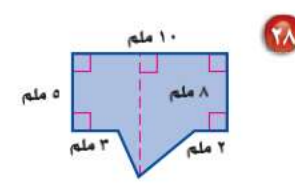
٢٦



٢٧



٢٨



٢٩ **نماذج:** لدى محمد ١٠٠ مكعب صغير، استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط؛ لتحديد أبعاد أكبر مكعب يمكن إنشاؤه باستعمال المكعبات الصغيرة. (الدرس ٦ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد مساحة كل من المثلثات الآتية:

٣٠ طول القاعدة: ٣ بوصاتٍ، الارتفاع: ١٠ بوصاتٍ.

٣١ طول القاعدة: ٨ أقدامٍ، الارتفاع: ٧ أقدامٍ.

٣٢ طول القاعدة: ٥ سم، الارتفاع: ١١ سم.



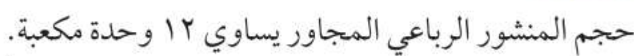


٦ - ٤ حجم المنشور والأسطوانة

فكرة الدرس:
أجد حجم كلٍّ من المنشور والأسطوانة.

المفردات
الحجم
الأسطوانة
مجسم مركّب

نشاط


حجم المنشور الرباعي المجاور يساوي ١٢ وحدة مكعبة.



الخطوة ١ كوّن ثلاثة أشكال للمنشور الرباعي حجم كلٍّ منها ١٢ وحدة مكعبة.

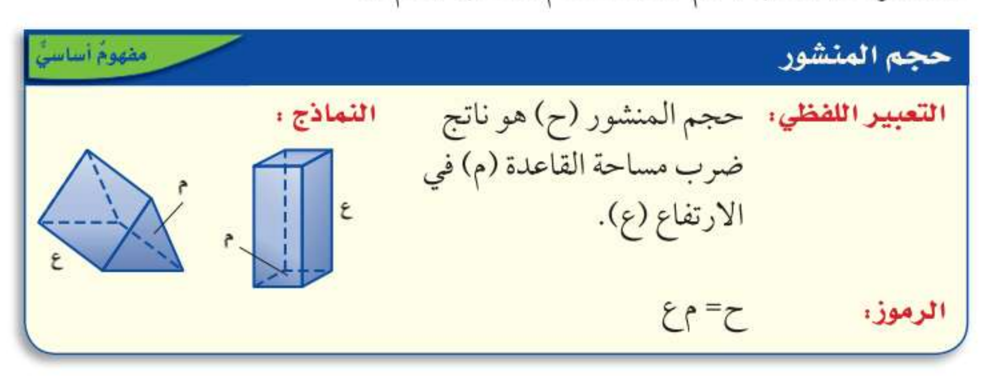
الخطوة ٢ انسخ الجدول الآتي وأكمله:

المنشور	الطول (وحدة)	العرض (وحدة)	الارتفاع (وحدة)	مساحة القاعدة (وحدة مربعة)
أ	٤	١	٣	٤
ب				
جـ				
د				

١ صف العلاقة بين حجم المنشور (ح) وأبعاده الثلاثة: الطول (ل)، والعرض (ض)، والارتفاع (ع).

٢ صف العلاقة بين مساحة القاعدة (م) والارتفاع (ع) من جهة، وحجم المنشور (ح) من جهة أخرى.

الحجم هو قياس الحيز الذي يشغله الجسم في الفضاء، ويقاس بالوحدات المكعبة مثل السنتمترات المكعبة (سم^{٣})، أو الأقدام المكعبة (قدم^{٣}).



حجم المنشور — مفهومٌ أساسيٌّ

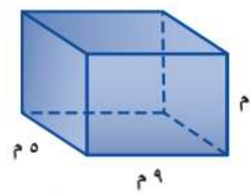
التعبير اللفظي: حجم المنشور (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

النماذج:

الرموز: ح = م ع

مثالان — إيجاد حجم المنشور

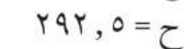
١ أوجد حجم المنشور الرباعي المجاور.



ح = م ع ‏ ‏ حجم المنشور.

ح = (ل × ض) × ع ‏ ‏ مساحة قاعدة المنشور (م = ل×ض).

ح = (٩ × ٥) × ٦,٥ ‏ ‏ ل = ٩، ض = ٥، ع = ٦,٥.


ح = ٢٩٢,٥ ‏ ‏ بسط.

فيكون حجم المنشور ٢٩٢,٥ م^{٣}



إرشادات للدراسة

خطأ شائع
تذكَّر أن قاعدتَي المنشور الثلاثي تكونان على صورة مثلث. أما في المثال ٢، فإن القاعدتين ليستا من أعلى الشكل وأسفله بل على جوانبه.



٢ **أوجد حجم المنشور الثلاثي المجاور.**

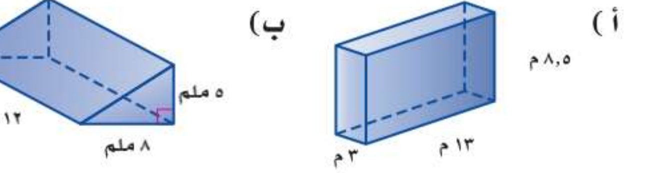
ح = م × ع	حجم المنشور.
ح = ($\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٧) × ع	القاعدة مثلثة، لذلك م = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٧.
ح = ($\frac{١}{٢}$×٦×٧) × ١٠	ارتفاع المنشور=١٠.
ح = ٢١٠	بسّط.

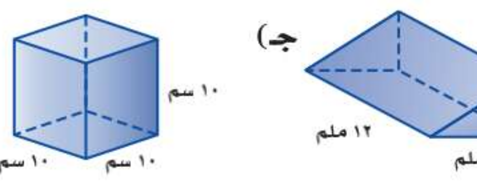
الحجم هو ٢١٠ سم^{٣}.



تحقق من فهمك: **أوجد حجم كل منشور ممّا يأتي:**

أ) ب) جـ)





الأسطوانة مجسم قاعدتاه دائرتان متطابقتان ومتوازيتان متصلتان معًا بجانب منحنٍ. ويمكن استعمال الصيغة ح = م×ع لإيجاد حجم أسطوانة، والقاعدة هي دائرة.

حجم الأسطوانة

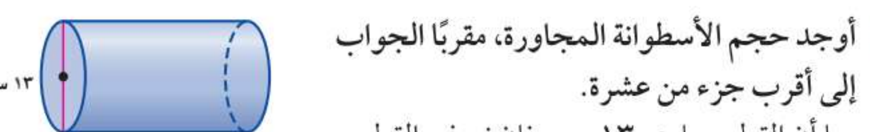
مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: حجم الأسطوانة (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

النموذج:
نق
ع

الرموز: ح= مع

مثال — إيجاد حجم الأسطوانة



٣ **أوجد حجم الأسطوانة المجاورة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.**

بما أن القطر يساوي ١٣ سم، فإن نصف القطر يساوي ٦,٥ سم.

ح = ط نق^{٢}ع	حجم الأسطوانة.
ح = ط (٦,٥)^{٢}×٢٠	عوِّض عن نق بـ ٦,٥ وعن ع بـ ٢٠.
ح ≈ ٢٦٥٤,٦	بسّط مستعملًا الآلة الحاسبة.

الحجم يساوي ٢٦٥٤,٦ سم^{٣} تقريبًا.

إرشادات للدراسة

تقدير
للتحقق من معقولية جوابك؛ يمكنك تقدير حجم الأسطوانة في المثال ٣ ليكون:
٣×٧^{٢}×٢٠ = ٢٩٤٠ م^{٣} تقريبًا.

تحقق من فهمك:

أوجد حجم كلٍّ من الأسطوانات الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

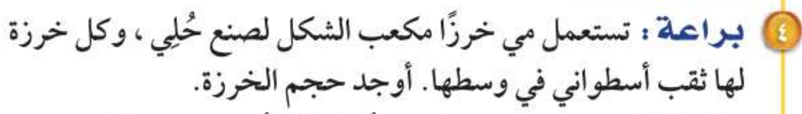
د) نصف القطر ٢ م، والارتفاع ٧ م. **هـ)** القطر ١٨ سم، والارتفاع ٥ سم.



المجسم المكوّن من أكثر من نوع من المجسمات يُسمى **مجسّمًا مركّبًا**، ولإيجاد حجم هذا المجسّم، قسّمه إلى مجسمات يسهل إيجاد أحجامها.

> **إرشادات للدراسة**
>
> **تقدير**
>
> في المثال ٤، يمكنك التحقق من معقولية الجواب بتقدير الحجم:
>
> ١٢ × ١٢ × ١٢ = ١٧٢٨ ملم^{٣}.
>
> لاحظ أنه أكثر بقليل من ١٦٩٠ ملم^{٣}، إذن الجواب معقول.

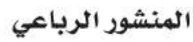
مثال **إيجاد حجم المجسّم المركب**



٤ **براعة:** تستعمل مي خرزًا مكعب الشكل لصنع حُلِي، وكل خرزة لها ثقب أسطواني في وسطها. أوجد حجم الخرزة.

٢ ملم، ١٢ ملم، ١٢ ملم

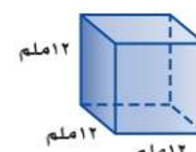
تتكون الخرزة من منشور رباعي وأسطوانة، أوجد حجم كل مجسّم منهما.



المنشور الرباعي



الأسطوانة



٢ملم، ١٢ملم

المنشور الرباعي	الأسطوانة
ح = م ع	ح = م ع
ح = (١٢×١٢)×١٢ = ١٧٢٨	ح = (ط × ١^{٢})×١٢ = ٣٧,٧

حجم الخرزة = ١٧٢٨ − ٣٧,٧ = ١٦٩٠,٣ ملم^{٣}.



تحقق من فهمك:

و) **طيور:** صمّم نجار قفصًا للطيور الصغيرة كما في الشكل المجاور، أوجد حجم القفص.



تأكد

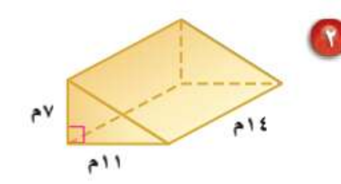


المثالان ١، ٢ أوجد حجم كل منشور ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

١)

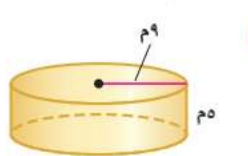


٢)



المثال ٣ أوجد حجم كل أسطوانة ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

٣)

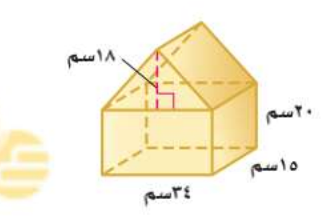


٤)



المثال ٤

٥ **ألعاب:** أُهدي بيت الدمية المجاور لأخت منال الصغرى. فما حجمه؟



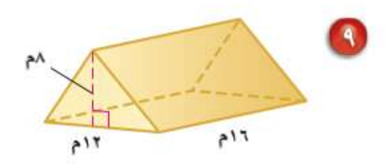
تدرَّب وحلَّ المسائل

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦-٩، ١٢، ١٣	١، ٢
١٠، ١١، ١٤، ١٥	٣
١٦، ١٧	٤

إرشادات للأسئلة

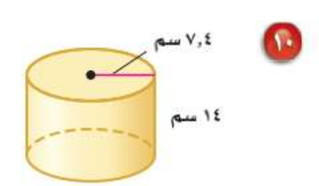
أوجد حجم كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

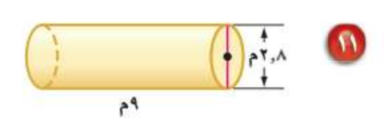
٦


٧


٨ (١٠ أقدام، ١٥ قدمًا، ٧ أقدام)

٩ (٨م، ١٢م، ١٦م)

١٠


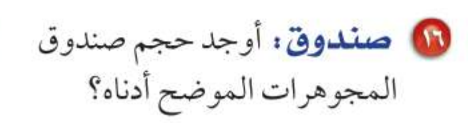
١١


١٢ منشور رباعي: طوله ٤ سم، وعرضه ٦ سم، وارتفاعه ١٧ سم.

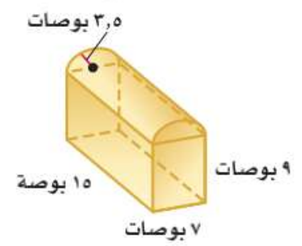
١٣ منشور ثلاثي: ارتفاعه $\frac{1}{2}$٨م، وقاعدته مثلثة الشكل ارتفاعها ١٤ م، وطول قاعدتها ٥م.

١٤ أسطوانة: نصف قطر قاعدتها ٢٥ ملم، وارتفاعها ٢٠ ملم.

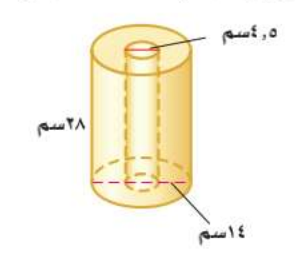
١٥ أسطوانة: قطر قاعدتها ٧,٢ بوصات، وارتفاعها ٥,٨ بوصات.



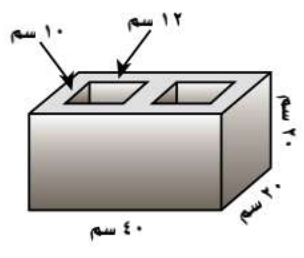
١٦ **صندوق:** أوجد حجم صندوق المجوهرات الموضح أدناه؟



١٧ **مناشف:** يبين الشكل أدناه أبعاد لفة مناشف ورقية جديدة. فما حجمها؟



١٨ **بناء:** طوب بناء خرساني على شكل منشور رباعي فيه ثقبان متساويان كما في الشكل المجاور، ما حجم مادة الخرسانة في طوب البناء؟





٣٩ أوجد ارتفاع منشور رباعي طوله ٦,٨ م، وعرضه ١,٥ م، وحجمه ٩١,٨ م٣.

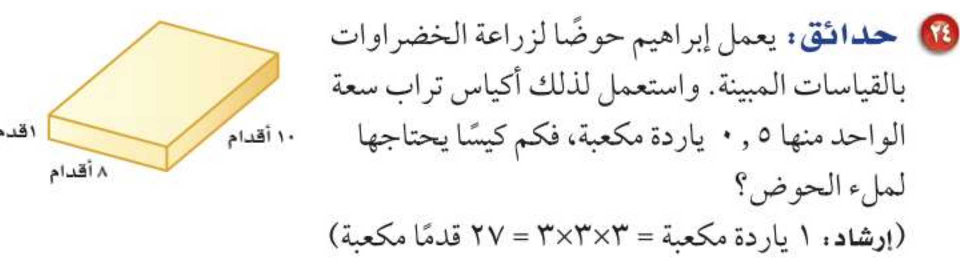
٤٠ أوجد ارتفاع أسطوانة طول نصف قطرها ٤ سم، وحجمها ٣٠١,٦ سم٣.

٤١ **تجارة:** اشترى تاجر كمية من السمسم حجمها ٢٥٠٠ بوصة مكعبة، ثم وزّعها في علب أبعادها ٢ × ٦ × ٨ بوصاتٍ، فإذا باع ٢٠ علبة منها، فكم يبقى من كمية السمسم؟

٤٢ **تغليف:** يبين الشكل المجاور علبة كرتونية، إذا قررت الشركة المصنِّعة استعمال تصميم جديد للعلبة بالحجم والارتفاع نفسه، ولكن بشكل أسطواني، فما طول قطر قاعدة الشكل الجديد الذي يمكن استعماله؟

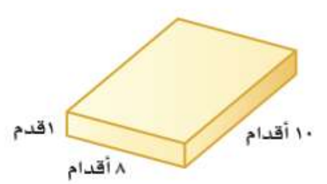


٤٣ **برك:** قرر أحمد حفر بِرْكة سباحة لأطفاله بطول ٢٠ قدمًا، وعرض ١١ قدمًا، وعمق ٢,٥ قدم، وسينقل التراب الناتج عن الحفر بعربة تتسع لـ ٩ أقدام مكعبة من التراب، فكم مرة تستعمل العربة لنقل التراب من الموقع؟

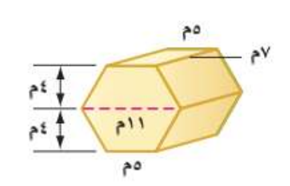


٤٤ **حدائق:** يعمل إبراهيم حوضًا لزراعة الخضراوات بالقياسات المبينة. واستعمل لذلك أكياس تراب سعة الواحد منها ٠,٥ ياردة مكعبة، فكم كيسًا يحتاجها لملء الحوض؟

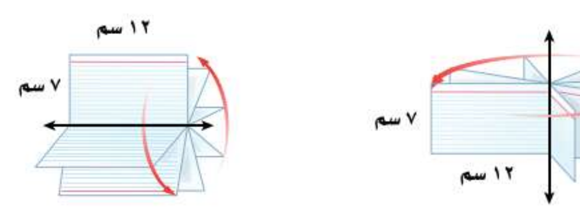
(**إرشاد:** ١ ياردة مكعبة = ٣×٣×٣ = ٢٧ قدمًا مكعبة)



٤٥ **هندسة:** اشرح كيف يمكنك إيجاد حجم المنشور السداسي المجاور، ثم أوجد حجمه.



٤٦ افترض أن لديك بطاقة ملاحظات مستطيلة الشكل بُعداها ٢١ سم × ٧ سم، إذا دوّرت البطاقة حول ضلعها الأطول، ثم حول ضلعها الأقصر كما في الشكل أدناه، فكوّنت أسطوانتين مختلفتين. أيّ الأسطوانتين حجمها أكبر؟ فسّر إجابتك.





مسائل
مهارات التفكير العليا

تحدٍّ: للأسئلة (٢٧-٣٠) صِفْ كيف يتأثر حجم كل مجسم مما يأتي بعد إجراء التغيير المذكور في أبعاده.

٢٧ مضاعفة أحد أبعاد المنشور المستطيلي.

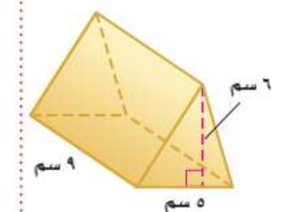
٢٨ مضاعفة بُعدين من أبعاد المنشور المستطيلي.

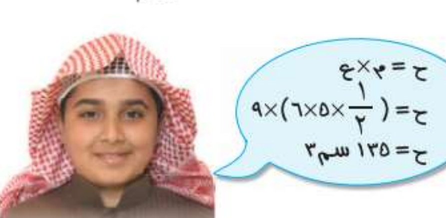
٢٩ مضاعفة جميع أبعاد المنشور المستطيلي.

٣٠ مضاعفة نصف قطر قاعدة الأسطوانة.

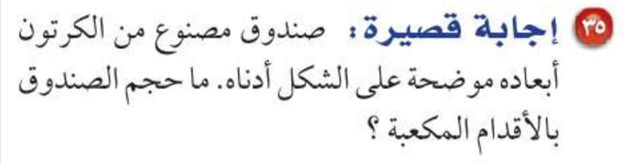
٣١ **مسألة مفتوحة:** اختر مجسمًا أسطوانيًّا، ثم أوجد حجمه، وتحقق من استعمال وحدات مناسبة، وفسّر إجابتك.

٣٢ **اكتشف الخطأ:** أوجد كلٌّ من زيد ولؤي حجم المنشور المجاور، فأيّهما توصّل للجواب الصحيح؟





٣٣ **اكتب** اكتب صيغتين يمكنك استعمالهما لإيجاد حجم المنشور المستطيلي (متوازي المستطيلات)، واذكر الصيغة التي تفضلها، وبين سبب ذلك.

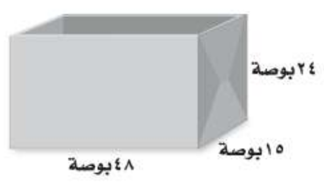


تدريب على اختبار

٣٤ أسطوانة طول قطرها ١٢ بوصةً، وارتفاعها ٣٠ بوصةً، قدر حجم الأسطوانة بالأقدام المكعبة؟
(ارشاد: ١ قدم = ١٢ بوصةً)

أ) ١ قدم مكعبة
ب) ٢ قدم مكعبة
جـ) ٣ أقدام مكعبة
د) ٤ أقدامٍ مكعبة

٣٥ **إجابة قصيرة:** صندوق مصنوع من الكرتون أبعاده موضحة على الشكل أدناه. ما حجم الصندوق بالأقدام المكعبة ؟



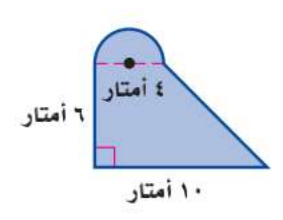


مراجعة تراكمية

٣٦ ما عدد أحرف الهرم الثماني؟ (الدرس ٦ – ٣)

٣٧ **كرة السلة :** يبين الشكل المجاور منطقة مستطيلة الشكل من ملعب كرة سلة تحت المرمى تسمى المنطقة المحرّمة ، حيث لا يسمح للاعبين البقاء فيها من ملعب الخصم لأكثر من ٣ ثوان دون الاستحواذ على الكرة، كذلك يظهر في الشكل نصف دائرة تحوى خط الرمية الحرّة وتسمى دائرة الرمية الحرة . أوجد مساحة هذين الجزأين. (الدرس ٦ – ١)

٣٨ أوجد مساحة الشكل المركب المجاور. (الدرس ٦ – ١)



٣٩ سقط ضفدع في حفرة عمقها ٨ أقدام ، إذا تمكن الضفدع من التسلق على حافة الحفرة ٣ أقدام نهار كل يوم، ولكنه ينزلق إلى أسفل قدمين بالليل ، فكم يومًا يحتاج الضفدع حتى يخرج من الحفرة ؟ استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط". (الدرس ٦ – ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يلي :

٤٠ $١٠ \times ٦ \times \frac{١}{٣}$

٤١ $١٥ \times ٧ \times \frac{١}{٣}$

٤٢ $٩ \times ٤^{٢} \times \frac{١}{٣}$

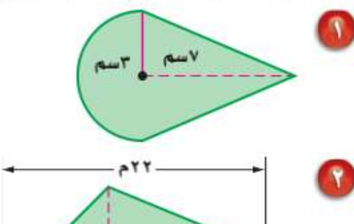
٤٣ $٢٠ \times ٦^{٢} \times \frac{١}{٣}$

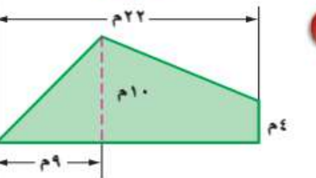
الفصل ٦

اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٦-١ إلى ٦-٤

أوجد مساحة الشكلين الآتيين، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ – ١)

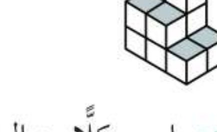
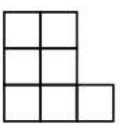
١) 

٢) 

٣) ما رقم الآحاد في العدد $٣^{٢٠٠}$ ؟ (استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط) (الدرس ٦ – ٢)

٤) **حفلات:** تُباع البالونات في أكياس سعة كلٍّ منها ١٥ بالونةً أو ٣٥ بالونةً، وتحتاج ريم إلى ١٩٥ بالونة لتزيين مكان حفل، فكم كيسًا من كل نوع على ريم أن تشتري؟ (استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط). (الدرس ٦ – ٢)

٥) يمثل الشكل أدناه مخططًا لمجسمٍ صُنع من المكعبات ، فأي منظر لهذا المجسم يمثله الشكل أدناه : الأمامي أم الجانبي أم العلوي؟ (الدرس ٦ – ٣)

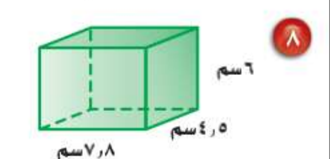



٦) **ألعاب:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي لمكعب الألغاز المجاور. (الدرس ٦ – ٣)

٧) **اختيار من متعدد:** أرادت مها رسم جميع أوجه منشور ثلاثي. فما الأشكال التي ستظهر في ورقتها؟ (الدرس ٦ – ٢)

أ) مربعان ومثلثان.
ب) مثلثان وثلاثة مستطيلاتٍ.
جـ) ثلاث مثلثات.
د) مثلث ، وثلاث مستطيلات.

أوجد حجم كل مجسم مما يلي ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ – ٤)

٨) 

٩) 

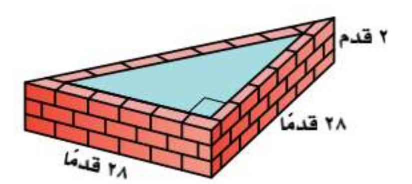
١٠) **اختيار من متعدد:** ما حجم صندوق مكعب الشكل، طول حرفه ١٥ بوصةً ؟ (الدرس ٦ – ٤)

أ) ٢٢٥ بوصة مكعبة   جـ) ١٣٥٠ بوصة مكعبة
ب) ٩٠٠ بوصة مكعبة   د) ٣٣٧٥ بوصة مكعبة

١١) منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) حجمه ٨٨,٤ م^{٣}، ما عرض قاعدة المنشور إذا كان طولها ٧,٦ م وارتفاع المنشور ٨ م ؟ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٦ – ٤)

١٢) **شمع:** قطر شمعة اسطوانية الشكل ١٠ سم، وارتفاعها ٢١ سم، إذا تم إذابتها وتحويلها إلى قطع متساوية كل منها على هيئة منشور أبعاده ٤سم × ٦سم × ٨سم، فكم عدد القطع الناتجة؟ (الدرس ٦ – ٤)

١٣) **برك:** بركة لأسماك الزينة على شكل منشور ثلاثي تقع في أحد المجمعات التجارية، استعمل الشكل أدناه لإيجاد حجم البركة. (الدرس ٦ – ٤)





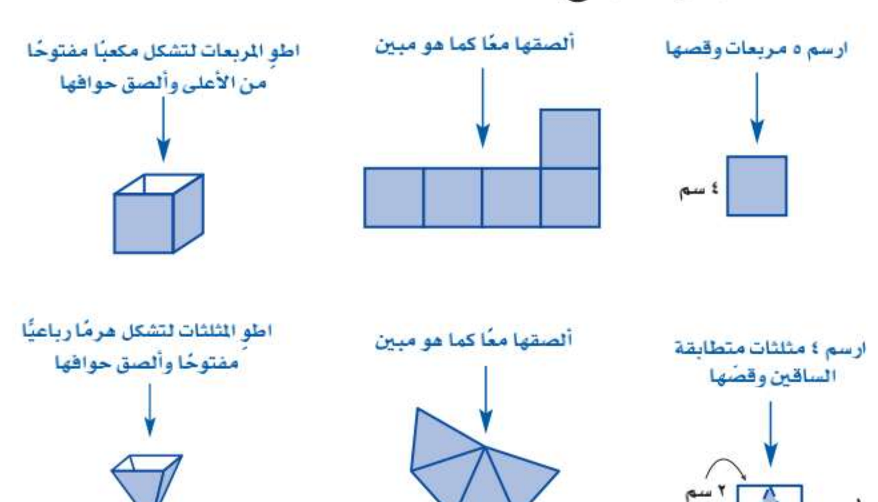


٦ - ٥ حجم الهرم والمخروط



نشاط

في هذا النشاط، سوف تستقصي العلاقة بين حجمَي هرم ومنشور تتساوَى فيهما مساحة القاعدة وطول الارتفاع.



١ قارن بين كلٍّ من مساحتَي القاعدتين والارتفاع في الشكلين.

٢ املأ الهرم بالرمل، وامسح أعلاه بمسطرة لتسوية السطح، ثم فرّغ الرمل في المكعب، وكرر العملية حتى يمتلئ المكعب. كم مرة قمت بتعبئة الهرم لملء المكعب؟

٣ ما الكسر الذي يُمثل الكمية التي تملأ المكعب من هرم واحد؟

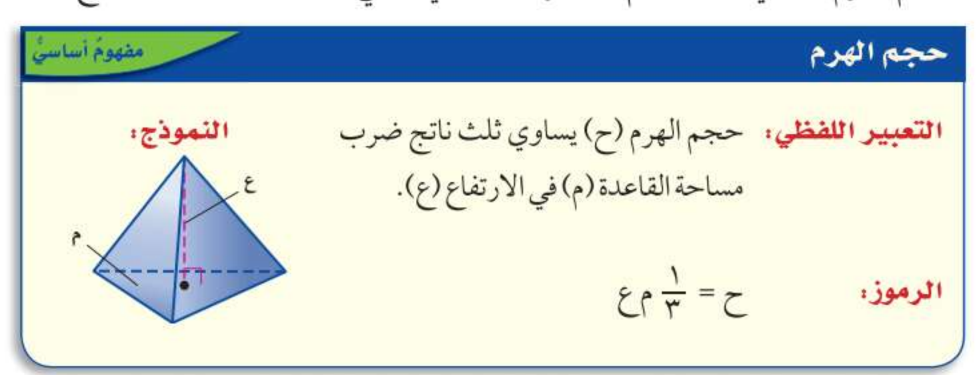
حجم الهرم يساوي ثلث حجم المنشور المساوي له في مساحة القاعدة والارتفاع.

حجم الهرم — مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: حجم الهرم (ح) يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

الرموز: ح = $\frac{١}{٣}$ م ع

النموذج:

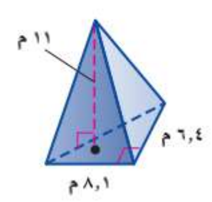


ارتفاع الهرم أو المخروط هو البعد العمودي بين الرأس والقاعدة.





مثال — إيجاد حجم الهرم



١ أوجد حجم الهرم المجاور، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

$ح = \frac{١}{٣} م ع$ — حجم الهرم.

$ح = \frac{١}{٣} (\frac{١}{٢} × ٨,١ × ٦,٤) × ١١$ — $م = \frac{١}{٢} × ٨,١ × ٦,٤$.

$ح = ٩٥,٠٤$ — بسّط.

فيكون الحجم ٩٥ م^{٣} تقريبًا.

تحقق من فهمك:

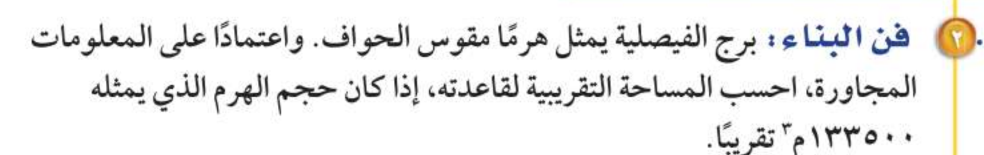
أ) أوجد حجم هرم ارتفاعه ٥ م، وقاعدته مربع طول ضلعه ٢م.

إرشادات للدراسة

تقدير

يمكنك تقدير حجم الهرم في المثال (١) ليكون $\frac{١}{٣}(\frac{١}{٢}×٨×٦)×١١ = ٨٨$ م^{٣} تقريبًا.

بما أن ٩٥,٠٤ م^{٣} قريبة إلى ٨٨ م^{٣}، إذن الجواب معقول.



مثال من واقع الحياة

٢ فن البناء: برج الفيصلية يمثل هرمًا مقوس الحواف. واعتمادًا على المعلومات المجاورة، احسب المساحة التقريبية لقاعدته، إذا كان حجم الهرم الذي يمثله ١٣٣٥٠٠م^{٣} تقريبًا.

$ح = \frac{١}{٣} م ع$ — حجم الهرم.

$١٣٣٥٠٠ = \frac{١}{٣} × م × ٢٦٧$ — $ح = ١٣٣٥٠٠، ع = ٢٦٧$.

$\frac{٣}{٢٦٧} × ١٣٣٥٠٠ = \frac{٣}{٢٦٧} × \frac{٢٦٧}{٣} × م$ — اضرب كل طرف في $\frac{٣}{٢٦٧}$.

$١٥٠٠ = م$ — بسّط.

فتكون مساحة قاعدته ١٥٠٠ م^{٢} تقريبًا.



الربط بالحياة.

برج الفيصلية أحد أبرز معالم مدينة الرياض، ويبلغ ارتفاعه ٢٦٧م، ويحتل المرتبة الأربعين ضمن أطول مباني العالم بارتفاع ثلاثين طابقًا، ويرتفع إلى أعلى بشكل هرمي مقوس الحواف تعلوه كرة زجاجية.

تحقق من فهمك:

ب) **براعة:** صنع ماجد شمعة على شكل هرم، حجمها ٨٦٤ سم^{٣}، ومساحة قاعدتها ١٤٤ سم^{٢}، فما ارتفاعها؟

المخروط شكل ثلاثي الأبعاد له قاعدة دائرية، وسطح منحنٍ يصل القاعدة بالرأس. وعلاقة حجم المخروط بحجم الأسطوانة كعلاقة حجم الهرم بحجم المنشور.

حجم المخروط — مفهومٌ أساسيٌ

التعبير اللفظي: حجم المخروط (ح) الذي نصف قطر قاعدته (نق) يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

النموذج:



الرموز: $ح = \frac{١}{٣} م ع$ أو $ح = \frac{١}{٣} ط نق^{٢} ع$



إيجاد حجم المخروط

٣ **أوجد حجم المخروط المجاور.**

ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢}ع	حجم المخروط.
ح = $\frac{١}{٣}$ ط × ٣^{٢} × ١٤	نق = ٣، ع = ١٤.
ح ≈ ١٣١,٩	بسّط، استعمل الآلة الحاسبة (π = ط).

فيكون الحجم ١٣١,٩ ملم^{٣} تقريبًا.

٣ ملم

١٤ ملم

تحقق من فهمك:

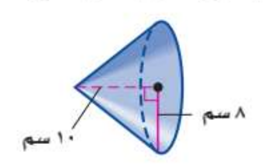
أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

جـ)

١٧ قدمًا

٤ أقدام

د)

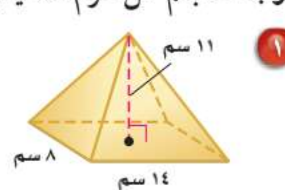




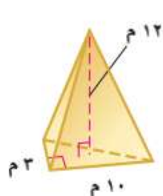
المثال ١

أوجد حجم كل هرم ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١



٢



٣ أوجد حجم هرم ارتفاعه ١٧ مترًا، وقاعدته مربعة طول ضلعها ٢٢ مترًا.

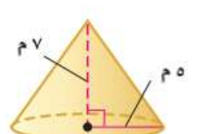
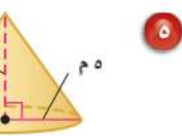
المثال ٢

٤ **آثار:** هرم (منقرع) هو أحد أهرامات مصر القديمة، ارتفاعه الحالي ٦٥,٥ م، وحجمه ٢٥٤٦٦٤م^{٣} تقريبًا، فما طول كل جانب من قاعدته المربعة؟

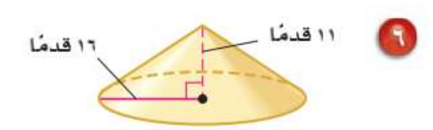
المثال ٣

أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

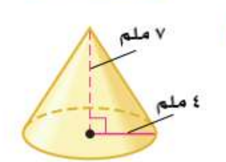
٥

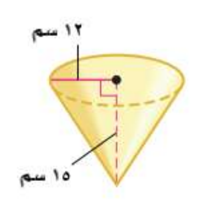
٦



٧



٨





تدرَّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٠-١٢	١
١٧	٢
١٣-١٦	٣

أوجد حجم كل هرم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٩ ٥ م، ٤ م، $\frac{1}{2}$٦ م

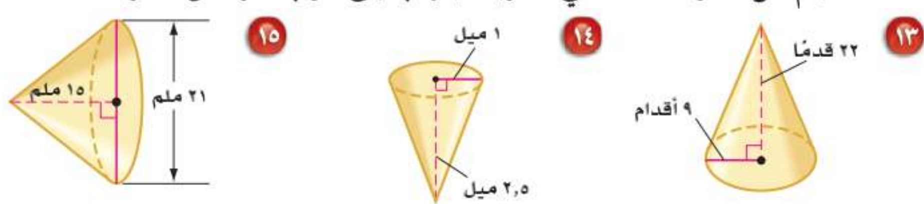
١٠ ١٥ ملم، ٦ ملم، ١٣ ملم

١١ ٨ سم، ٤,٨ سم، ٤,٨ سم

١٢ هرم ثلاثي: قاعدته على شكل مثلث طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٧ سم، وارتفاع الهرم ١٥ سم.

أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١٣ ١٤ ١٥

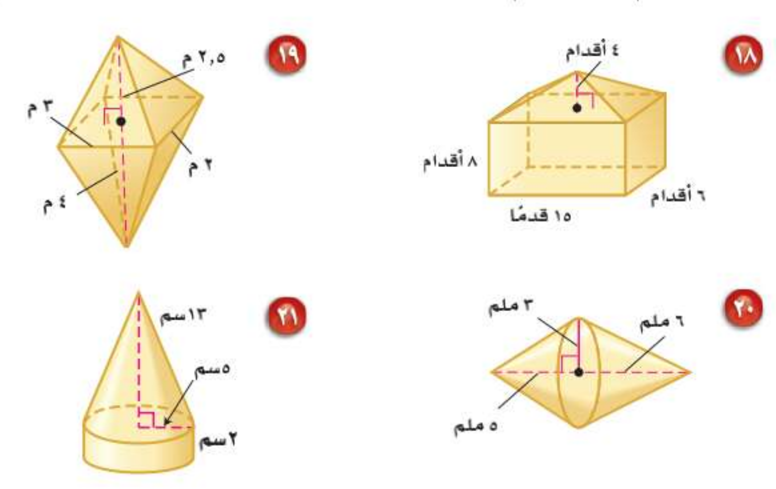


١٦ مخروط: قطر قاعدته ١٢م، وارتفاعه ٥ م.

١٧ **علوم:** أُنشئ نموذج جبل بركاني؛ ليكون مشروعًا في مادة العلوم على شكل مخروط طول قطر قاعدته ٨ سم، فإذا كان حجم النموذج ٢٠١سم^3 تقريبًا، فما ارتفاعه؟

أوجد حجم كل مجسم، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

١٨ ١٩ ٢٠ ٢١

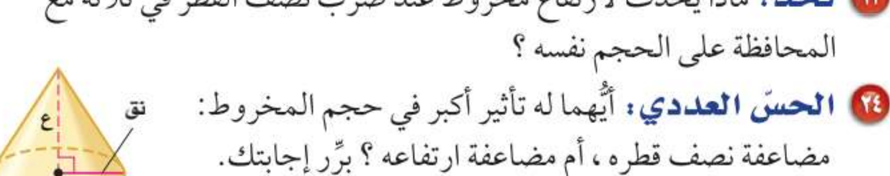


٢٢ **قبعات:** يريد مهرج أن يملأ قبعته رملًا، استعمل الرسم المجاور لتحديد كم تسع قبعته من الرمل.

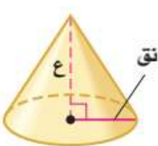




مسائل
مهارات التفكير العليا



٤٣ **تحدَّ:** ماذا يحدث لارتفاع مخروط عند ضرب نصف القطر في ثلاثة مع المحافظة على الحجم نفسه ؟



٤٤ **الحسّ العددي:** أيُّهما له تأثير أكبر في حجم المخروط: مضاعفة نصف قطره ، أم مضاعفة ارتفاعه ؟ برِّر إجابتك.

٤٥ **اكتب** موقفًا من واقع الحياة يمكن أن يُحل بإيجاد حجم المخروط.

تدريب على اختبار

٤٦ هرم قاعدته مستطيلة الشكل، بُعداها ١٨ بوصة × ٣٠ بوصة، وارتفاعه ٣٦ بوصة. أيٌّ مما يأتي أقرب إلى حجم الهرم بالأقدام المكعبة؟ **(إرشاد : ١ قدم = ١٢ بوصة)**

أ) ٢,٥ قدم مكعبة   جـ) ٤ أقدام مكعبة
ب) ٣ أقدام مكعبة   د) ٥,٥ أقدام مكعبة

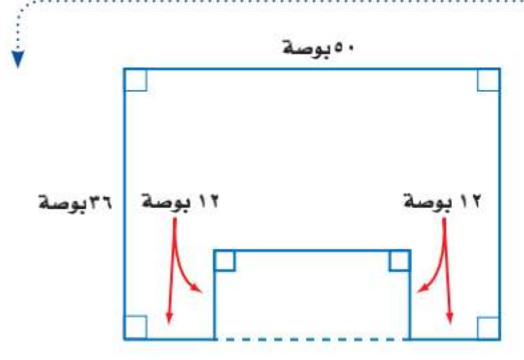
٤٧ ما حجم الأسطوانة المجاورة؟ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

٦ أقدام
٨ أقدام

أ) ٤٨ قدمًا مكعبة   جـ) ٢٨٨ قدمًا مكعبة
ب) ١٥٠,٣ قدمًا مكعبة   د) ٩٠٤,٨ أقدام مكعبة

مراجعة تراكمية

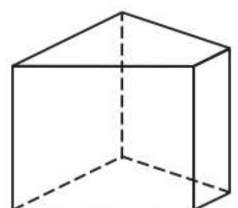
٤٨ **أثاث:** يبين الشكل المجاور سطح طاولة . ما مساحة سطح الطاولة؟ (الدرس ٦ - ١)





٤٩ **صابون:** أوجد حجم علبة الصابون السائل في الشكل المجاور. (الدرس ٦ - ٤)

٣٠ حدِّد اسم المجسم المجاور، وبيّن عدد أوجُهِهِ وشكلها، ثم اذكر عَدَدَ أحرفه ورؤوسه. (الدرس ٦ - ٣)



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد محيط كل دائرة مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٣١ قطرها ٩ بوصات



٣٢ قطرها ٥,٥ أقدام

٣٣ نصف قطرها ٢م

٣٤ نصف قطرها ٣,٨ سم



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

استكشاف ٦ - ٦

معمل القياس

مساحة سطح الأسطوانة

فكرة الدرس: أجد مساحة سطح الأسطوانة باستعمال النماذج والمخططات.

المفردات

المخطط

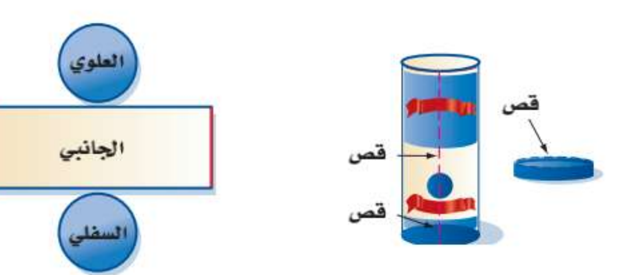
المخططات: هي أنماط من بُعدين لأشكال ثلاثية الأبعاد. ولتكوين مخطط لمجسّمٍ ما، جزِّئْه إلى أشكال منفصلة، ويمكنك استعمال المخطط لإيجاد مساحة كل وجه لمجسم ثلاثي الأبعاد مثل الأسطوانة.

نشاط

الخطوة ١ استعمل وعاءً أسطواني الشكل فارغًا له غطاء، وقس ارتفاع الوعاء، وسجِّله.

الخطوة ٢ لوّن غطاء الوعاء وقاعدته باللون الأزرق، وصِلْ بينهما بخط أحمر رأسي.

الخطوة ٣ ارفع الغطاء، وقم بقص الوعاء كما في الشكل أدناه، ثم ابسط الجانب المنحني للأسطوانة على سطح أفقي وأضف الغطاء والقاعدة ليتكون مخطط الأسطوانة.



حلّل النتائج

١ صِفِ الأجزاء المستوية التي تكوّن مخطط الوعاء الأسطواني.

٢ أوجد مساحة كل جزءٍ منها، ومجموع تلك المساحات.

٣ أوجد قطر الجزء الأعلى للوعاء الأسطواني، واستعمله في إيجاد محيط ذلك الوجه.

٤ اضرب المحيط في ارتفاع الوعاء، فماذا تشكل هذه النتيجة؟

٥ اجمع النتيجة من سؤال ٤ إلى مجموع مساحة القاعدتين الدائرتين.

٦ قارن بين إجابتَيك عن التمرينين ٢ ، ٥ .

٧ **خمّن:** اكتب طريقة لإيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة عُلِم قياس كلٍّ من ارتفاعها وقطر إحدى قاعدتَيها.







٦ - ٦ مساحة سطح المنشور والأسطوانة

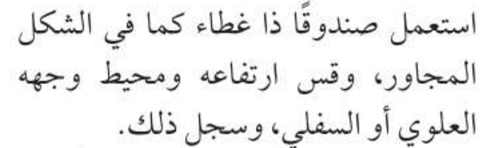
فكرة الدرس:
أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح منشور وأسطوانة.

المفردات
الوجه الجانبي
المساحة الجانبية للسطح
المساحة الكلية للسطح

نشاط

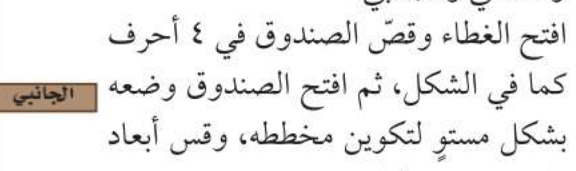
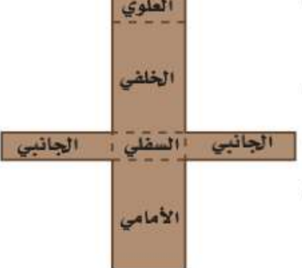


الخطوة ١ استعمل صندوقًا ذا غطاء كما في الشكل المجاور، وقس ارتفاعه ومحيط وجهه العلوي أو السفلي، وسجل ذلك.




الخطوة ٢ سمِّ الوجه العلوي والسفلي والأمامي والخلفي والجانبي.


الخطوة ٣ افتح الغطاء وقصّ الصندوق في ٤ أحرف كما في الشكل، ثم افتح الصندوق وضعه بشكل مستوٍ لتكوين مخططه، وقس أبعاد كل وجهٍ وسجلها.

١ أوجد مساحة كل وجه، ثم مجموع تلك المساحات.
٢ اضرب محيط قاعدة الصندوق في ارتفاعه. ماذا يمثل ناتج الضرب؟
٣ اجمع ما حصلت عليه في السؤال ٢ إلى مجموع مساحة القاعدتين.
٤ قارن بين الإجابتين في ١ و ٣.

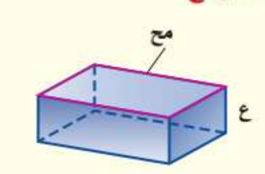
أوجدت في النشاط مساحة كل سطح (أو وجه) للصندوق. **الوجه الجانبي** لمجسّم هو أي سطح مستوٍ وليس القاعدة. **المساحة الجانبية لسطح** مجسّم هي مجموع مساحات الأوجه الجانبية له. أما **المساحة الكلية لسطح** مجسّم فهي مجموع مساحات جميع أوجهه.

المساحة الجانبية لسطح المنشور
مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (جـ) لسطح منشور تساوي ناتج ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

الرموز: جـ= مح ع

النموذج:

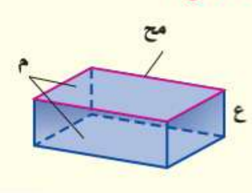


المساحة الكلية لسطح المنشور

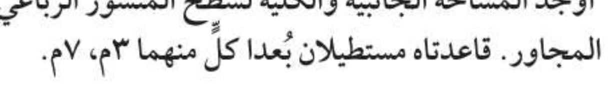
التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح منشور هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

الرموز: ك = جـ + ٢م أو ك = مح ع + ٢م

النموذج:



مثالان — مساحة سطح المنشور



١ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور الرباعي المجاور. قاعدتاه مستطيلان بُعدا كلٍّ منهما ٣م، ٧م.



ابدأ بإيجاد المحيط والمساحة للقاعدتين.

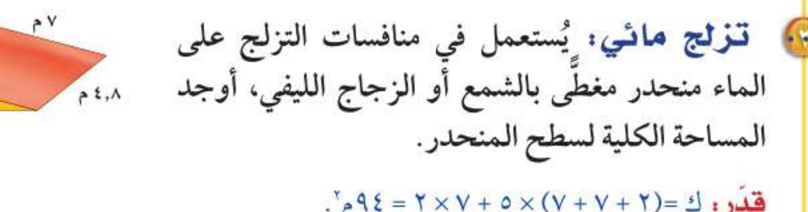
محيط القاعدة	مساحة القاعدة
مح = ٢ الطول + ٢ العرض	ق = الطول × العرض
مح = ٢(٧) + ٢(٣) = ٢٠	ق = ٧×٣ = ٢١

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الجانبية والكلية للمنشور.

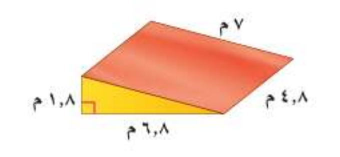
المساحة الجانبية	المساحة الكلية
جـ = مح ع	ك = جـ + ٢م
جـ = ٢٠×١٢ = ٢٤٠	ك = ٢٤٠ + ٢×٢١ = ٢٨٢

فتكون المساحة الجانبية ٢٤٠م²، والمساحة الكلية ٢٨٢م².

> **إرشادات للدراسة**
> **قاعدتا المنشور الرباعي**
> للأمثلة والتمارين في هذا الكتاب افترض أن الوجهين العلوي والسفلي للمنشور المستطيلي (متوازي المستطيلات) هما قاعدتاه.



٢ تزلج مائي: يُستعمل في منافسات التزلج على الماء منحدر مغطًّى بالشمع أو الزجاج الليفي، أوجد المساحة الكلية لسطح المنحدر.



قدِّر: ك =(٢ + ٧ + ٧) × ٥ + ٧ × ٢ = ٩٤م².

قاعدتا المنشور مثلثان متطابقان، أطوال أضلاع كلٍّ منهما ١,٨م، ٦,٨م، ٧م، أوجد محيط إحدى القاعدتين ومساحتها.

محيط القاعدة	مساحة القاعدة
مح = ١,٨ + ٦,٨ + ٧	ق = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع
مح = ١٥,٦	= $\frac{1}{2}$ (٦,٨) × ١,٨ = ٦,١٢

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الكلية.

ك = مح ع + ٢م	المساحة الكلية للمنشور.
ك = ١٥,٦ × ٤,٨ + ٢ × ٦,١٢	مح = ١٥,٦، ع = ٤,٨، ق = ٦,١٢.
ك = ٨٧,١٢	بسّط.
المساحة الكلية هي ٨٧,١٢م².	قارن الإجابة بالمساحة المقدرة.

الربط بالحياة: تتكون منافسات التزلج على الماء من ثلاثة أنواع: التزلج المتعرج، والقفز، والبراعة. وتشمل مستويات عمرية مختلفة أيضًا.

تحقق من فهمك:



أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل منشور فيما يأتي:

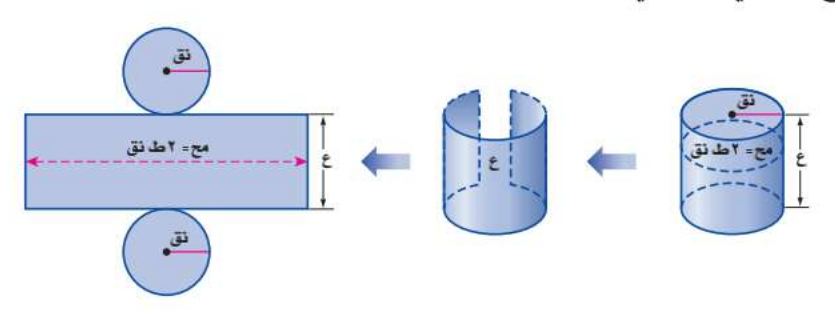


أ) ٢١ م، ٦ م، ٩ م

ب) ٤ سم، ٣ سم، ٦ سم، ٥ سم



يمكنك إيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة، بإيجاد مساحة قاعدتَيها وإضافة مساحة السطح الجانبي المنحني. عند قصّ الأسطوانة يتكون مخططها من دائرتين ومستطيل.



النموذج	المخطط	المساحة
القاعدتان الدائريتان	دائرتان متطابقتان بنصف قطر نق	٢(ط نق^{٢}) = ٢ط نق^{٢}
الغطاء الجانبي	مستطيل عرضه ع وطوله ٢ط نق	٢ ط نق × ع = ٢ط نق ع

كما في المنشور، استعمل قياسات الأسطوانة لإيجاد المساحة الجانبية والكلية لسطحها.

إرشادات للدراسة

أسطوانات

صيغ المساحة الجانبية والكلية للأسطوانة تشبه الصيغ المناظرة لها للمنشور.

ففي المنشور:

جـ = مح × ع

وبما أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن محيطها هو محيط الدائرة (مح = ٢ ط نق).

وفي المنشور: ك = جـ + ٢ م

وبما أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن مساحتها هي مساحة الدائرة ط نق^{٢}.

المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة

مفهومٌ أساسيٌّ



التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (جـ) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) ونصف قطر قاعدتها (نق) هي ناتج ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

الرموز: جـ = مح ع أو جـ = ٢ط نق ع

النموذج:

محيط الدائرة=٢ط نق، نق، ع

المساحة الكلية لسطح الأسطوانة

التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح أسطوانة ارتفاعها ع ونصف قطر قاعدتها نق هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

الرموز: ك = جـ+٢ ط نق^{٢} أو ك = ٢ط نق ع + ٢ط نق^{٢}

النموذج:

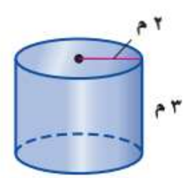
نق، ع، مساحة القاعدة = ط نق^{٢}

مثــالان

مساحة سطح الأسطوانة

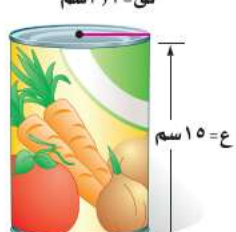


٣ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة المجاورة.



المساحة الجانبية	المساحة الكلية
جـ = ٢ط نق ع	ك = جـ + ٢ط نق^{٢}
جـ = ٢ط × ٢ × ٣	ك = ٣٧,٧ + ٢ط (٢)^{٢}
جـ ≈ ٣٧,٧	ك ≈ ٦٢,٨

المساحة الجانبية للأسطوانة ٣٧,٧م^{٢} تقريبًا، والمساحة الكلية ٦٢,٨م^{٢} تقريبًا.



٤ ملصقات: أوجد مساحة الملصق على العلبة المبينة في الشكل المجاور.

بما أن الملصق يغطي السطح الجانبي، فإنك تحتاج فقط إلى إيجاد المساحة الجانبية للعلبة.

قدِّر: جـ = ٢ ط نق ع

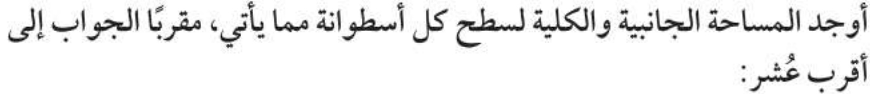
جـ ≈ ٢ × ٣ × ٣ × ١٥ ط ≈ ٣، نق = ٣,٢ ≈ ٣، ع = ١٥.

جـ ≈ ٢٧٠ سم^2

جـ = ٢ط نق ع	المساحة الجانبية للأسطوانة.
جـ = ٢ط × ٣,٢ × ١٥	نق = ٣,٢، ع = ١٥.
جـ ≈ ٣٠١,٥٩	بسّط.

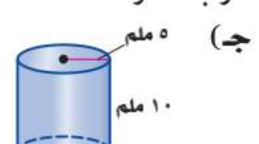
فتكون المساحة الجانبية ٣٠٢سم^2 تقريبًا. قارن الجواب بالمساحة المقدّرة.

تحقق من فهمك:

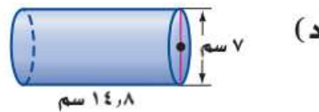


أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل أسطوانة مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر:

جـ)



د)

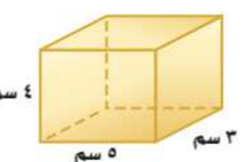




أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

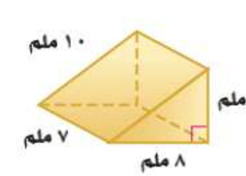


١)



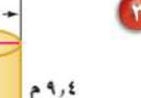
٢)





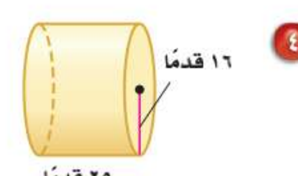


٣)





٤)



المثال ٤

٥ تغليف: تغلف بعض علب العصير الأسطوانية الشكل بورق كما في الشكل المجاور. أوجد مساحة ورقة تغليف علبة العصير.





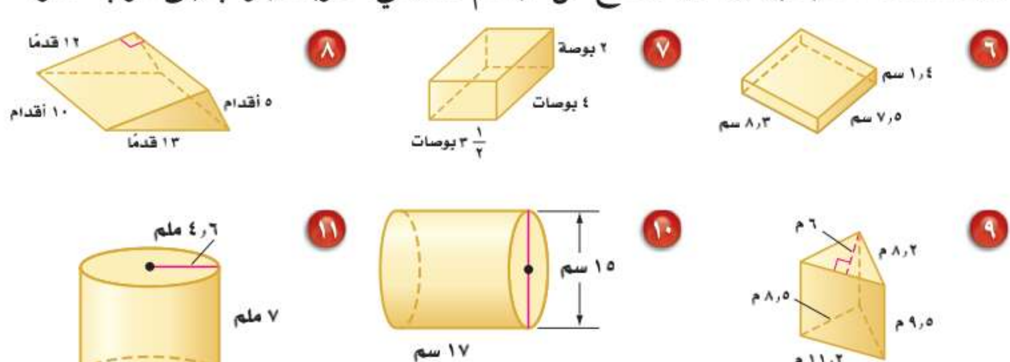
تدرَّب وحلّ المسائل

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦، ٧	١
٨، ٩، ١٢	٢
١٠، ١١	٣
١٣	٤

إرشادات للأسئلة

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

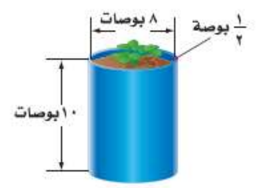
٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١



١٢ **خيام:** يُنتج مصنع خيامًا بلاستيكية كما في الشكل المجاور. فما مساحة قطعة البلاستيك التي تلزم لصنع خيمة؟



١٣ **فن:** اشترت هناء وعاء النبات المجاور، فإذا كان طول قطره الداخلي ٨ بوصات، وارتفاعه ١٠ بوصات، وسمك الإناء $\frac{1}{2}$ بوصة، وأرادت هناء طلاء قاعدة الوعاء وسطحه من الداخل والخارج، فكم بوصة مربعة من الإناء يجب أن تُطلَى؟



١٤ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) طوله ١٢ سم، وعرضه ٤ سم، ومساحته الكلية تساوي ٥٧٦ سم^2، فما ارتفاعه؟

١٥ **تغليف:** صُمّم وعاءان من الكرتون لأحد أنواع الحبوب كما في الشكل المجاور، فإذا كان الحجمان متساويين تقريبًا، فأي الوعائين يحتاج إلى كميةٍ أقل من الكرتون؟ فسِّر إجابتك.



مسائل مهارات التفكير العليا

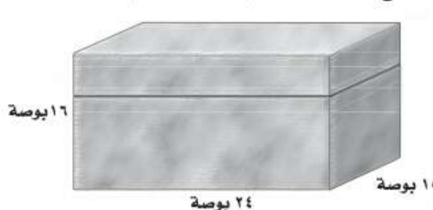
١٦ **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًّا: "إذا تساوَى حجما منشورين مستطيلين فإنه يكون لهما المساحة الكلية نفسها".

١٧ **تحدٍّ:** أيُّ الحالتين تزداد عندها المساحة الكلية لسطح الأسطوانة بشكل أكبر: مضاعفة الارتفاع مرة أم مضاعفة نصف القطر مرة؟ فسِّر إجابتك.

١٨ **الحس العددي:** إذا زدت نصف قطر أسطوانة إلى ثلاثة أمثاله، ففسر كيف يؤثر ذلك في المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة الجديدة بالنسبة لسطح الأسطوانة الأولى.

تدريب على اختبار

١٩ قام فيصل بطلاء الصندوق الموضح بالشكل أدناه من الخارج ، فكم المساحة السطحية التي سيقوم فيصل بدهانها بالبوصات المربعة؟



أ) ٣٣٠ بوصة مربعة
ب) ٣٩٩ بوصة مربعة
جـ) ١٩٦٨ بوصة مربعة
د) ٥٧٦٠ بوصة مربعة

٢٠ فرشاة دهان أسطوانية كما في الشكل أدناه.



كم بوصة مربعة مساحة الجزء الذي تغطيه دورة الفرشاة مرّة واحدة من الدهان على الحائط، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟

أ) ١١٣,١ بوصة مربعة
ب) ٥٦,٥ بوصة مربعة
جـ) ٢٨,٣ بوصة مربعة
د) ١٨,٠ بوصة مربعة

مراجعة تراكمية

أوجد حجم كل مجسّم مما يأتي ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم ذلك: (الدرس ٦ - ٥)

٢١ **هرم رباعي:** قاعدته على شكل مستطيل طوله ١٤ م، وعرضه ١٢ م، وارتفاع الهرم ٧ م.

٢٢ **مخروط:** قطر قاعدته ٢٢ سم ، وارتفاعه ٢٤ سم.

٢٣ **صحة:** ثلاجة في مختبر مركز صحي أبعادها الداخلية ١٧ بوصة × ١٨ بوصة × ٤٢ بوصة ، إذا وصل إلى المختبر عينات حجمها يزيد على ٨ أقدام مكعبة لحفظها في الثلاجة، فهل تتسع الثلاجة للعينات؟ فسّر إجابتك. (الدرس ٦ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يلي:

٢٤ $\frac{١}{٢} \times ٢,٨$

٢٥ $\frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٢٣$

٢٦ $\frac{١}{٢} \times ٢,٥ \times ١٦$

٢٧ $\frac{١}{٢}(٣\frac{١}{٢})(٢٠)$





توسّع ٦ - ٦

معمل القياس
مخطط المخروط

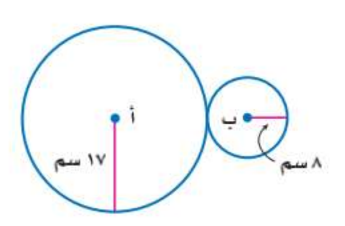
فكرة الدرس:
أُنشئُ مخططًا للمخروط.

المخروط مجسّم ذو قاعدة دائرية واحدة، ويمثل سطحه الجانبي قطاعًا دائريًا من دائرة أكبر. محيط القاعدة الدائرية يساوي طول قوس القطاع الدائري، ومحيط قاعدته يمثل جزءًا من محيط الدائرة الأكبر.



نشاط

الخطوة ١ استعمل الفرجار لرسم دائرتين متماستين من الخارج، نصف قطر إحداهما ١٧ سم ونصف قطر الأخرى ٨سم.



الخطوة ٢ فكّر: ما الجزء من محيط الدائرة (أ) الذي يساوي محيط الدائرة (ب)؟
افترض أن س هي نسبة محيط الدائرة الصغرى إلى الكبرى.

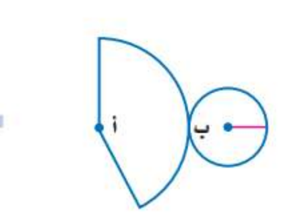
س(٣٤ط) = ١٦ط — محيط الدائرة (أ) = ٣٤ط.
محيط الدائرة (ب) = ١٦ط.

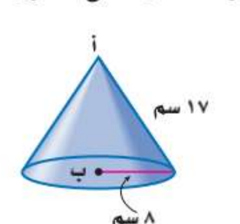
$س \times \frac{٣٤ط}{٣٤ط} = \frac{١٦ط}{٣٤ط}$ — اقسم الطرفين على ٣٤ط.

س ≈ ٠,٤٧ — بسّط.

لذا تحتاج إلى ٠,٤٧ من محيط الدائرة (أ).

الخطوة ٣ أوجد قياس الزاوية المركزية التي يجب أن تقطع من الدائرة (أ).
٠,٤٧ × ٣٦٠ ≈ ١٧٠°
اقطع زاوية مركزية قياسها ١٧٠° من الدائرة (أ)، واعمل مخروطًا.

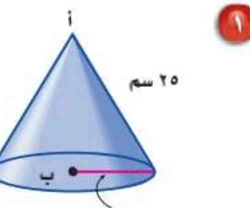




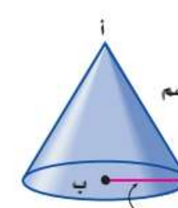
حلل النتائج:

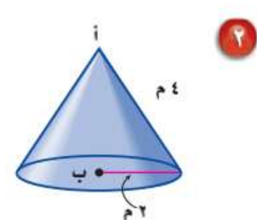
أوجد الزاوية المركزية لكل مخروط ممّا يأتي، ثم كوّن مخططًا له:

١)



٢)





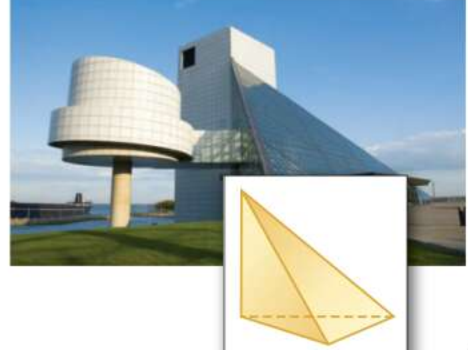




٦ - ٧ مساحة سطح الهرم

استعد

بناء: المبنى في الصورة المجاورة صُمِّم على شكل هرم.



١ ما عدد أوجه الهرم (باستثناء القاعدة)؟ وما شكل كل وجه منها؟

٢ كيف يختلف الهرم عن المنشور؟

٣ كيف يمكنك إيجاد مساحة الزجاج المستعمل في هذا المبنى؟

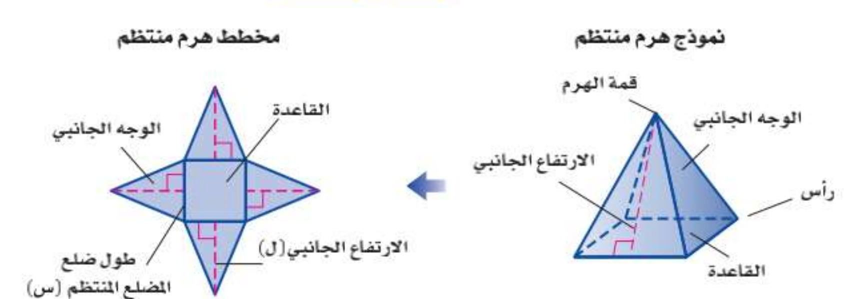
فكرة الدرس: أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الهرم.

المفردات

الهرم المنتظم

الارتفاع الجانبي

الهرم المنتظم هرم قاعدته مضلع منتظم، وأوجُهُه الجانبية مثلثات متطابقة وكلٌّ منها متطابق الساقين. وتلتقي هذه المثلثات عند أعلى الهرم في نقطة تُسمى قمة الهرم، ويُسمّى ارتفاع كل وجه جانبي منها **الارتفاع الجانبي**.



لإيجاد المساحة الجانبية لسطح الهرم المنتظم (جـ)، انظر إلى المخطط. المساحة الجانبية لسطح الهرم هي مجموع مساحات أوجهه الجانبية.

يتكون مخطط الهرم ذي القاعدة المربعة من مربع وأربعة مثلثات كما هو مبين في الشكل أعلاه.

جـ = ٤ $(\frac{١}{٢}$ س × ل$)$	مساحات الأوجه الجانبية.
جـ = $\frac{١}{٢}$ (٤س) ل	استعمل خصائص الضرب.
جـ = $\frac{١}{٢}$ مح ل	محيط القاعدة (مح = ٤س).

أما المساحة الكلية لسطح الهرم المنتظم، فتساوي المساحة الجانبية له مضافًا إليها مساحة القاعدة.



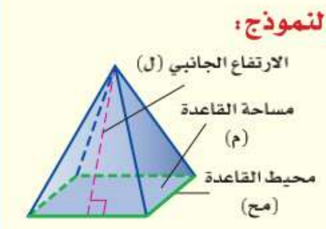
مفهومٌ أساسيٌّ

المساحة الجانبية لسطح الهرم

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (جـ) لسطح الهرم المنتظم هي نصف محيط القاعدة (مح) مضروبًا في الارتفاع الجانبي (ل).

الرموز: جـ = $\frac{١}{٢}$ مح ل

النموذج:

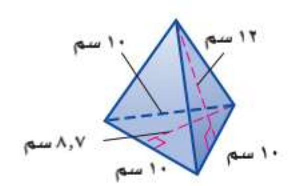


المساحة الكلية لسطح الهرم

التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح الهرم المنتظم هي مجموع المساحة الجانبية (جـ) ومساحة القاعدة (م).

الرموز: ك = جـ + م أو ك = $\frac{١}{٢}$ مح ل + م

النموذج:



مثال — مساحة سطح الهرم

١) **أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الهرم الثلاثي في الشكل المجاور.**

١٢ سم، ١٠ سم، ٨,٧ سم، ١٠ سم، ١٠ سم

جـ = $\frac{١}{٢}$ مح ل   ك = جـ + م

جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٣٠ × ١٢   ك = ١٨٠ + ٤٣,٥   م = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٨,٧.

جـ = ١٨٠   ك = ٢٢٣,٥

المساحة الجانبية لسطح الهرم ١٨٠ سم^{٢}، والمساحة الكلية له ٢٢٣,٥ سم^{٢}.

تحقق من فهمك:

أ) أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٨ م، وطول ضلع قاعدته المربعة ١١ م.

مثالٌ من واقع الحياة — مساحة سطح الهرم



الربط بالحياة: يبلغ ارتفاع هرم خفرع في مصر، ١٤٣ م، وطول ضلع قاعدته المربعة ٢١٥ م.

المصدر: كتاب الأهرامات المصرية؛ مكتبة الأنجلو المصرية؛ ٢٠١٢م

٢) **فن العمارة: استعمل المعلومات إلى اليمين لإيجاد المساحة الجانبية لهرم خفرع إذا علمت أن ارتفاعه الجانبي ١٧٨ م.**

جـ = $\frac{١}{٢}$ مح ل   مساحة الهرم الجانبية.

جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨٦٠ × ١٧٨   مح = ٤ × ٢١٥ = ٨٦٠، ل = ١٧٨.

جـ = ٧٦٥٤٠   بسّط.



فتكون المساحة الجانبية لهرم خفرع ٧٦٥٤٠ م^{٢}.

تحقق من فهمك:



ب) أوجد المساحة الكلية لسطح هرم خفرع.





المثال ١

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر:



المثال ٢

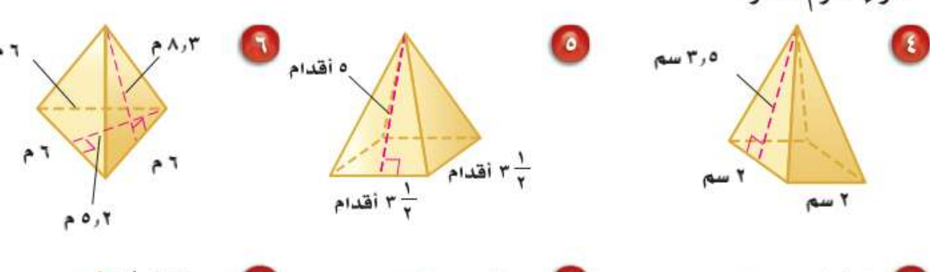
٣ **أهرامات:** هرم أرينا في ممفيس في الولايات المتحدة هرم رباعي منتظم، طول قاعدة كل وجه له ٦٠٠ قدمٍ، وارتفاعه ٤٧٧ قدمًا، أوجد المساحة الجانبية له.

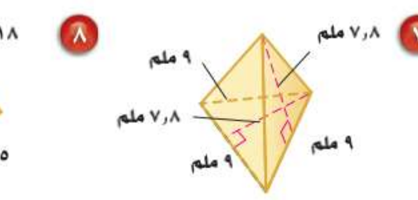
تدرَّب وحلّ المسائل

للأسئلة	انظر الأمثلة
٤ – ٩	١
١٠ – ١١	٢

إرشادات للأسئلة

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم الأمر:



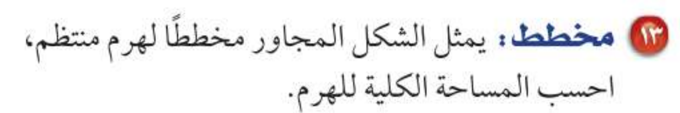




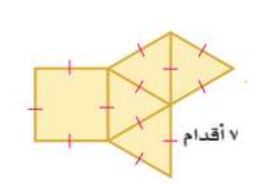
١٠ **أسقف:** سقف خشبي على شكل هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٦ قدمًا، وقاعدته مربع طول ضلعه ٤٠ قدمًا، ما مساحة الخشب الذي تحتاج إليه لتغطية السقف؟

١١ **مخطط:** هرم رباعي منتظم مساحته الجانبية ١٠٧,٢٥ سم^{٢} وطول ارتفاعه الجانبي ٨,٢٥سم، أوجد طول ضلعٍ من قاعدته.

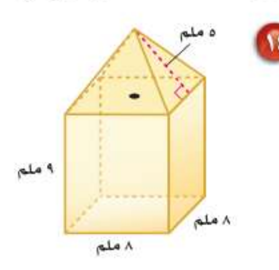
١٢ **فن العمارة:** يبلغ الارتفاع الجانبي لهرم الشمس في المكسيك ١٣٢,٥م، وطول ضلع قاعدته المربعة ٢٢٣,٥م، أوجد مساحته الجانبية .



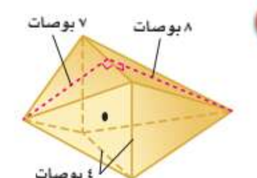
١٣ **مخطط:** يمثل الشكل المجاور مخططًا لهرم منتظم، احسب المساحة الكلية للهرم.

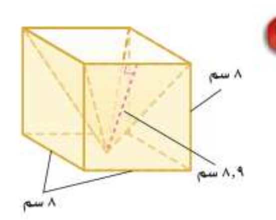


أوجد المساحة الجانبية والكلية لكل مجسم مما يأتي مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

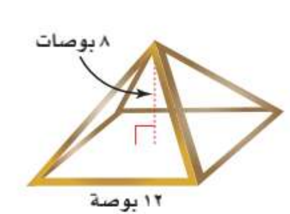
١٤


١٥



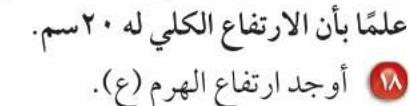
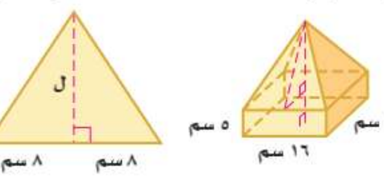
١٦


١٧ **مصباح مكتبي:** اشترى عمر مصباحًا مكتبيًّا على شكل هرم منتظم، احسب المساحة الجانبية للمصباح.
(**إرشاد:** استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد الارتفاع الجانبي).



مسائل
مهارات التفكير العليا

تحدّ: استعمل الشكل المجاور لحل الأسئلة ١٨-٢٠، علمًا بأن الارتفاع الكلي له ٢٠ سم.

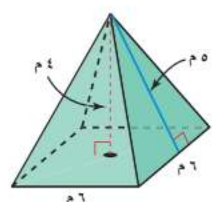



١٨ أوجد ارتفاع الهرم (ع).

١٩ استعمل ارتفاع الهرم لإيجاد الارتفاع الجانبي (ل).

٢٠ أيّ الشكلين مساحة سطحه أكبر؛ الهرم أم المنشور؟ برِّر إجابتك.

٢١ **اكتشف الخطأ:** أوجد كلٌّ من حمد ونواف المساحة الكلية للهرم المنتظم المجاور، فأيهما توصل للجواب الصحيح؟ فسِّر تبريرك.





حمد



نواف

٢٢ **مسألة مفتوحة:** هرم قاعدته مربعة، طول ضلعها ٣ سم، وطول ارتفاعه الجانبي ٤ سم، فما الأبعاد الممكنة لمنشور مستطيلي له مساحة سطح الهرم نفسها؟

٢٣ **تحدٍّ:** أوجد المساحة الكلية للهرم الرباعي المنتظم الذي حجمه ٤٠٠ سم^3، وطول ضلع قاعدته ١٠ سم.

٢٤ **اكتب** كيف يمكنك استعمال ارتفاع هرم لإيجاد طول ارتفاعه الجانبي؟



تدريب على اختبار

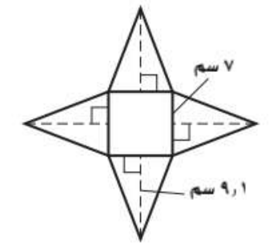
٤٥ ما أفضل تقدير للمساحة الجانبية لسطح الهرم في الشكل أدناه ؟



أ) ١٠٧ أقدام مربعة جـ) ٤٢٩ قدمًا مربعة

ب) ١٨٠ قدمًا مربعة د) ٦٠٧ أقدام مربعة

٤٦ تمثِّل الشبكة أدناه هرمًا رباعيًّا منتظمًا، مقرّبًا إلى أقرب عدد صحيح؟ ما المساحة الجانبية لسطح الهرم ؟



أ) ٣٢ سم^{٢} جـ) ١٢٧ سم^{٢}

ب) ٤٩ سم^{٢} د) ١٧٦ سم^{٢}

مراجعة تراكمية

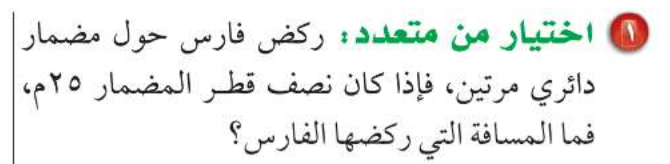
٤٧ **تغليف:** أوجد المساحة الجانبية لسطح العلبة أسطوانية قطرها ٣ بوصات ، وارتفاعها ٥ بوصات. (الدرس ٦ – ٦)

٤٨ **جبال:** قام سعد بإنشاء نموذج جبل من الطين على شكل مخروط، إذا كان ارتفاع الجبل ٤ أقدام، ونصف قطر قاعدته قدمان ، فما حجم المادة الطينية اللازمة لإنشاء الجبل ؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك. (الدرس ٦ – ٥)

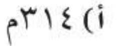


الفصل ٦ اختبار الفصل

١ اختيار من متعدد: ركض فارس حول مضمار دائري مرتين، فإذا كان نصف قطر المضمار ٢٥م، فما المسافة التي ركضها الفارس؟



أ) ٣١٤م



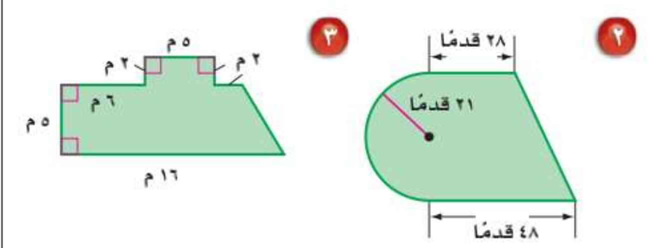
ب) ١٥٧م

جـ) ٧٨,٥م

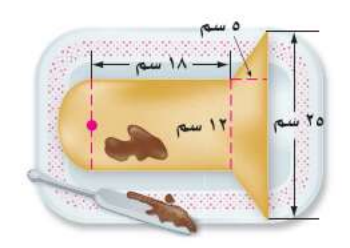
د) ٥٠م

أوجد مساحة كل شكل فيما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٢ ٣

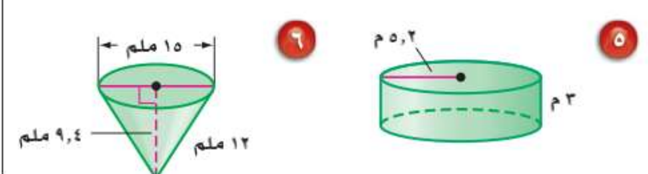


٤ قالب حلوى: صنعت مها قالب حلوى على شكل مصباح كهربائي كما في الشكل أدناه وتريد تزيينه. فإذا كان الوعاء الواحد من مادة التزيين يغطِّي ٢٥٠ سم² من قالب الحلوى، فكم وعاءً تحتاج لتزيين القالب كاملًا؟



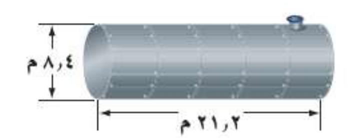
أوجد حجم كل مجسّم، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٥ ٦



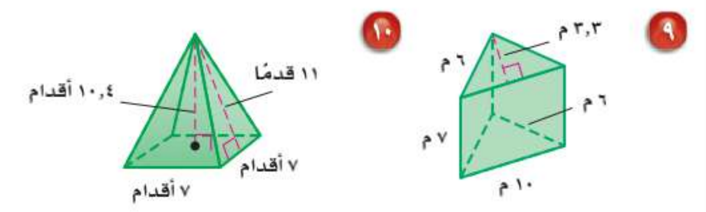
٧ هندسة: حدِّد نوع الشكل، واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم عدد أحرفه ورؤوسه.

٨ وقود: صهريج (خزان) وقود أسطواني الشكل كما في الشكل أدناه. احسب حجم الصهريج؟ مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



أوجد حجم كل مجسّم ومساحة سطحه الكلية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٩ ١٠



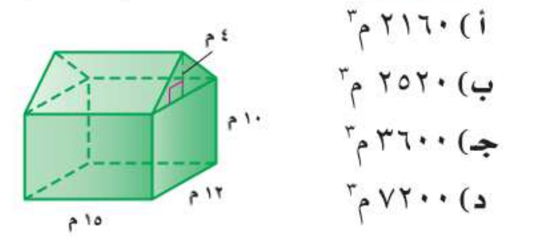
١١ اختيار من متعدد: أوجد حجم المجسم أدناه.

أ) ٢١٦٠ م³

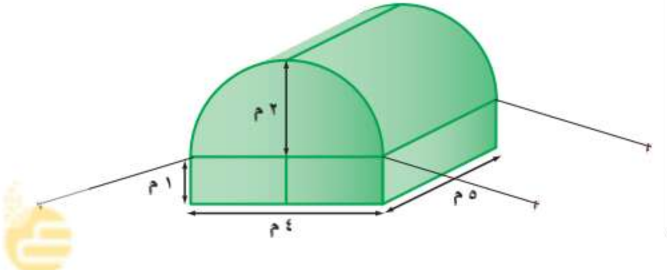
ب) ٢٥٢٠ م³

جـ) ٣٦٠٠ م³

د) ٧٢٠٠ م³



١٢ خيام: احسب مساحة سطح الخيمة في الشكل أدناه، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ.



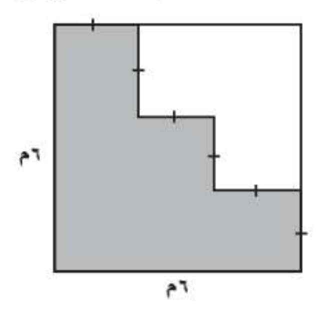
الفصل ٦

الاختبار التراكمي (٦)

القسم ١ اختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة:

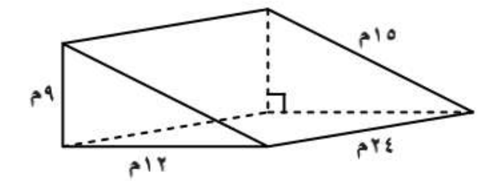
١ ما مساحة الجزء المظلل من الشكل أدناه؟



أ) ٢٠ م^{٢} جـ) ٢٦ م^{٢}

ب) ٢٤ م^{٢} د) ٣٠ م^{٢}

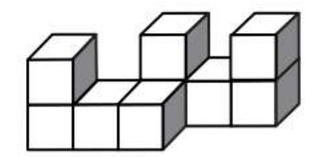
٢ ما حجم المنشور الثلاثي في الشكل أدناه؟



أ) ٨١٠ م^{٣} جـ) ١٢٩٦ م^{٣}

ب) ٢٥٩٢ م^{٣} د) ٩٧٢ م^{٣}

٣ أيٌّ مما يأتي يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



أ) جـ)

ب) د)

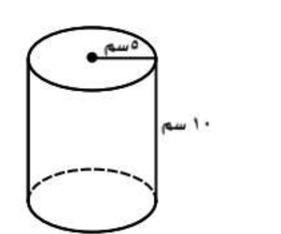
٤ ما المساحة السطحية لصندوق حوض الغسيل في الشكل أدناه؟



أ) ٢٠٠ بوصة مربعة جـ) ٤٠٠ بوصة مربعة

ب) ٢٢٤ بوصة مربعة د) ٤٤٨ بوصة مربعة

٥ ما حجم الأسطوانة في الشكل أدناه؟



أ) ١٠٠ سم^{٣}

ب) ١٥٧ سم^{٣}

جـ) ٣١٤ سم^{٣}

د) ٧٨٥ سم^{٣}

٦ ما حجم المخروط القائم الذي قطر قاعدته ٨ بوصات، وارتفاعه ١٢ بوصةً؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

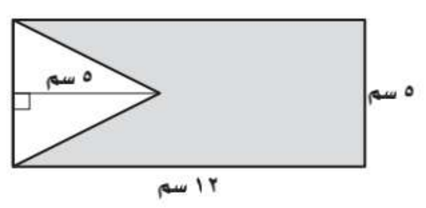
أ) ٢٠١ بوصة مكعبة

ب) ٤٨١ بوصة مكعبة

جـ) ٦٠٣ بوصات مكعبة

د) ٨٠٤ بوصات مكعبة

٧ تَمَّ قصُّ مثلث متطابق الضلعين من مستطيل كما في الشكل أدناه. ما مساحة الجزء المتبقِّي من المستطيل؟



أ) ٦٠ سم^2 | جـ) ٤٧,٥ سم^2
ب) ٥٥ سم^2 | د) ٣٥ سم^2

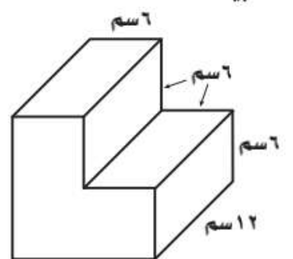
٨ ما عدد أوجه المجسم أدناه؟

أ) ٢
ب) ٣
جـ) ٤
د) ٥

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

٩ رُتبت قطع خشبية بعضها فوق بعض، فكوَّنت الشكل أدناه، ما حجم المجسم الناتج عن ترتيب القطع الخشبية؟

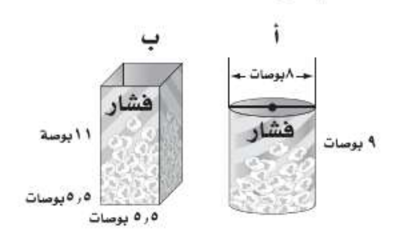


١٠ أوجد حجم الهرم الرباعي المنتظم الذي طول ضلع قاعدته ٧ بوصات، وارتفاعه ٤ بوصاتٍ، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ.

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضّحًا خطوات الحل:

١١ يباع الفشار في شكلين من العلب المبيَّنة أدناه، ويرغب صاحب محل أن يختار أحد الشكلين ليستعمله في بيع الفشار.



أ) أيُّ العلبتين تتسع لأكبر كمية من الفشار؟ فسِّر إجابتك.

ب) أيُّ العلبتين تحتاج إلى كمية أقل من الكرتون لصنعها؟ فسِّر إجابتك.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
فراجع الدرس	٦-١	٦-٤	٦-٣	٦-٥	٦-٤	٦-٥	٦-١	٦-٣	٦-٤	٦-٥	٦-٦

الجبر: المعادلات والمتباينات



الفكرة العامة

- أستعمل المعادلات الخطية لتمثيل المسائل وتحليلها وحلها.
- أحل معادلات ومتباينات خطية بسيطة بأعداد نسبية.

المفردات الرئيسة:

العبارات المتكافئة.

الحدود المتشابهة.

معادلة ذات خطوتين.



الربط بالحياة:

البحر الميت: ينخفض مستوى ارتفاع مياه البحر الميت في الأردن بمعدل ٨٠ سم سنويًّا. يمكنك كتابة معادلة لوصف التغير في ارتفاع مياه البحر الميت لأي عدد محدد من السنوات.



الجبر: المعادلات والمتباينات: اعمل هذه المطويّة لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة A3 كما يأتي:

١ **اطوِ** الورقة نصفين عرضيًّا.



٢ **اطوِ** الورقة مرة أخرى من أعلى إلى أسفل.

٣ **افتح** الورقة، وقصَّها كما هو موضح أدناه؛ للحصول على قسمين.



٤ **سمِّ** كل قسم كما في الشكل أدناه.

المعادلات

المتباينات



التهيئـــة

أجب عن الاختبار الآتي: **انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.**

اختبار سريع

بيّن ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة: (مهارة سابقة)

(١) ٤<١٠ (٢) ٣->٣

(٣) -٨ >-٧ (٤) -١ <٠

(٥) **طقس:** وصلت درجة الحرارة في أحد أيام الشتاء في مدينة تبوك -٩°س، وفي حائل -٦°س، فأيُّ المدينتين كانت درجة حرارتها أعلى؟ وضّح إجابتك. (مهارة سابقة)

اكتب معادلة جبرية لكل جملة لفظية فيما يأتي: (مهارة سابقة)

(٦) أُضيفَ عددٌ ما إلى العدد ١٠ فأصبح الناتج -٨

(٧) الفرق بين -٥ وَ ٣ س يساوي ٣٢

(٨) نَقصَ عدد ما بمقدار ٤ فبقي ٢٦

(٩) **نقود:** مع صلاح مبلغ من النقود، يقل عن مثلَي ما مع أخيه مالك بمقدار ريالين. فإذا كان مع مالك ٥٠ ريالًا، فكم ريالًا مع صلاح؟ (مهارة سابقة)

حُلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

(١٠) ن + ٨ = -٩ (١١) ٤ = م + ١٩

(١٢) -٤ + أ = ١٥ (١٣) ز - ٦ = -١٠

(١٤) ٣جـ = -١٨ (١٥) -٤٢ = -٦ب

(١٦) $\frac{و}{٤}$ = -٨ (١٧) ١٢ = $\frac{ر}{-٧}$

مراجعة سريعة

مثال ١:

بيّن ما إذا كانت العبارة: -٢>١ صحيحة أم خاطئة:

عيّن النقطتين على خط الأعداد.

-٥ -٤ -٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

بما أن -٢ تقع عن يسار ١، فإن -٢<١؛ لذا فالعبارة خاطئة.

مثال ٢:

اكتب معادلة جبرية للجملة اللفظية الآتية:

أضيف العدد ٣ إلى مثلي عدد ما، فأصبح الناتج -٥

ليكن س ممثلًا العدد.

مثلا عدد ما	أضيف للعدد ٣	أصبح	-٥
٢س	+ ٣	=	-٥

لذا فالمعادلة هي: ٢ س + ٣ = -٥

مثال ٣:

حُل المعادلة الآتية:

٤٤ = ك - ٧	اكتب المعادلة.
+٧ = +٧	أضف ٧ إلى كل طرف.
٥١ = ك	بسّط.



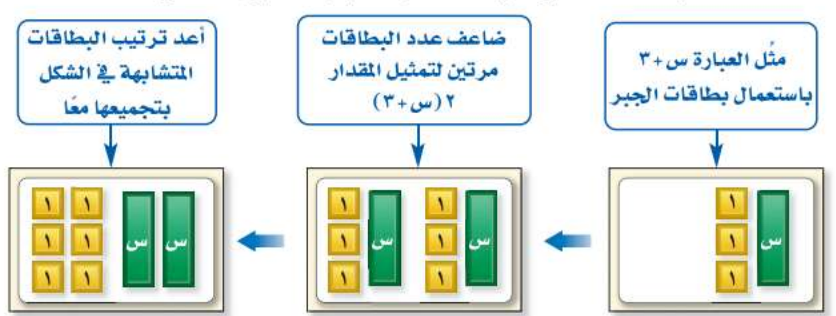
٧-١ تبسيط العبارات الجبرية

فكرة الدرس:
أستعمل خاصية التوزيع في تبسيط العبارات الجبرية.

المفردات
العبارات المتكافئة
الحد
المعامل
الثابت
الحدود المتشابهة
أبسط صورة
تبسيط العبارة

نشاط

يمكنك استعمال بطاقات الجبر؛ لإعادة كتابة العبارة الجبرية ٢(س+٣).



١ اختر قيمتين موجبتين وقيمة سالبة لـ(س)، ثم أوجد قيمة ٢(س+٣).
وَقيمة ٢س+٦ عند تلك القيم. ماذا تلاحظ؟

٢ استعمل بطاقات الجبر في إعادة كتابة العبارة ٣(س-٢).
[**إرشاد:** استعمل بطاقة واحدة خضراء (س) وبطاقتين حمراوين (-١) لتمثيل س-٢].

تعلمت سابقًا أنه يمكن إعادة كتابة عبارة مثل ٣(٢+٧) باستعمال خاصية التوزيع ثم التبسيط، وذلك على النحو الآتي:

٣(٢ + ٧) = ٣(٢) + ٣(٧)   خاصية التوزيع
= ٦ + ٢١ = ٢٧   بالضرب والجمع

تُستعمل خاصية التوزيع أيضًا في تبسيط العبارات الجبرية، مثل ٢(س+٣).

٢(س + ٣) = ٢(س) + ٢(٣)   خاصية التوزيع
= ٢س + ٦   بالضرب

وتُسمى العبارتان ٢(س+٣)، ٢س+٦ **عبارتين متكافئتين**؛ لأنه مهما كانت س فالعبارتان لهما القيمة نفسها.

مثالان   كتابة عبارات تتضمن عملية جمع

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

١ ٤(س + ٧)
٤(س + ٧) = ٤(س) + ٤(٧)
= ٤س + ٢٨   بسّط

٢ (ص + ٢) (٥)
(ص + ٢) (٥) = ص×٥ + ٢×٥
= ٥ص + ١٠   بالضرب

تحقق من فهمك:

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

أ) ٦(أ+٤)   **ب)** (ن+٣) (٨)   **جـ)** -٢(س+١)



مثالان كتابة عبارات تتضمن عملية طرح

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

٣) ٦(ب − ٥)

٦(ب − ٥) = ٦[ب + (−٥)]	اكتب ب − ٥ على صورة ب + (−٥)
= ٦(ب) + ٦(−٥)	خاصية التوزيع
= ٦ب + (−٣٠)	بسّط
= ٦ب − ٣٠	تعريف الطرح

٤) −٢(س − ٨)

−٢(س − ٨) = −٢[س + (−٨)]	اكتب س − ٨ على صورة س + (−٨).
= −٢(س) + (−٢)(−٨)	خاصية التوزيع
= −٢س + ١٦	بسّط

تحقق من فهمك:

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

د) ٣(ص − ١٠) **هـ)** −٧(و − ٤) **و)** (ن − ٢)(−٩)

إرشادات للدراسة

مراجعة
يمكنك مراجعة ضرب الأعداد الصحيحة الذي درسته سابقًا .

تجزّئ إشارتا الجمع والطرح العبارة الجبرية إلى أجزاء يُسمى كلٌّ منها **حدًّا**، والعامل العددي لحد يشتمل على متغير يُسمى **معاملَ** المتغيرِ.



تشتمل **الحدود المتشابهة** على المتغيرات نفسها بالقوى نفسها. فمثلًا ٣س٢، −٧ س٢ حدان متشابهان. وكذلك ٨س ص٢، ١٢س ص٢، أما الحدان ١٠س٢ ص، ٢٢س ص٢ فغير متشابهين، والحد الذي لا يشتمل على متغير يُسمى **ثابتًا**، والحدود الثابتة متشابهة.

لغة الرياضيات

المعاملات
معامل −٤س هو −٤، ومعامل س هو ١.

مثال تحديد أجزاء عبارة جبرية

٥) **عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في العبارة:**

٦ن − ٧ن − ٤ + ن.

٦ ن − ٧ن − ٤ + ن = ٦ن + (−٧ن) + (−٤) + ن	تعريف الطرح
= ٦ن + (−٧ن) + (−٤) + ١ن	خاصية العنصر المحايد (ن=١ن)

- الحدود: ٦ن، −٧ن، −٤ ، ن
- الحدود المتشابهة هي: ٦ن، −٧ن، ن
- المعاملات: ٦، −٧، ١
- الثوابت: −٤

تحقق من فهمك:

عيّن الحدود، والحدود المتشابهة، والمعاملات، والثوابت في كلٍّ من العبارتين الآتيتين:

ز) ٩ص − ٤ − ١١ص + ٧ **ح)** ٣س + ٢ − ١٠ − ٣س

تكون العبارة الجبرية في **أبسط صورة** إذا لم تتضمن حدودًا متشابهةً أو أقواسًا. ويمكنك استعمال خاصية التوزيع لتجميع الحدود المتشابهة، وهو ما يسمى **تبسيط العبارة**.

مثالان — تبسيط عبارات جبرية

٦ بسّط العبارة: ٤ ص + ص.

٤ ص، ص حدان متشابهان.

٤ص + ص = ٤ص + ١ص	خاصية العنصر المحايد
= (٤ + ١) ص = ٥ص	خاصية التوزيع، والتبسيط

٧ بسّط العبارة: ٧س − ٢ − ٧س + ٦

٧س، −٧س، حدّان متشابهان، −٢، ٦ حدّان متشابهان.

٧س − ٢ − ٧س + ٦ = ٧ س + (−٢) + (−٧ س) + ٦	تعريف الطرح
= ٧ س + (−٧س) + (−٢) + ٦	خاصية الإبدال
= [٧ + (−٧)]س + (−٢) + ٦	خاصية التوزيع
= ٠س + ٤	بسّط
= ٠ + ٤ = ٤	٠س = ٠ × س = ٠

إرشادات للدراسة

العبارات المتكافئة

للتحقق مما إذا كانت ٤ص+ ص، ٥ص متكافئتين، عوّض عن ص بأي قيمة، ولاحظ ما إذا كانت النواتج متساوية.

تحقق من فهمك:

بسّط كل عبارة مما يأتي:

ط) ٤ز − ز   **ي)** ٦ − ٣ن + ٣ن   **ك)** ٢م − ٣ + ١١ − ٨م

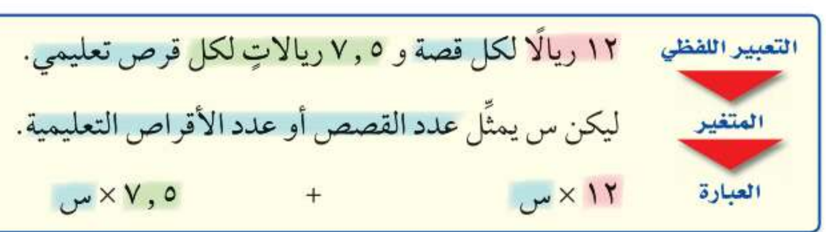
مثال من واقع الحياة

٨ **معارض:** اشتريت من معرض الرياض الدولي للكتاب عددًا من القصص بسعر ١٢ ريالًا للقصة الواحدة، وعددًا مماثلًا من الأقراص التعليمية بسعر ٧,٥ ريالاتٍ للقرص الواحد، اكتب عبارة لتمثيل المبلغ الكلي الذي صرفته في أبسط صورة.



الربط بالحياة:

في عام ٢٠١٨م ضم معرض الكتاب الدولي في الرياض أكثر من ٣٤٠ ألف عنوان عرضتها ٧٥٠ دار نشر تمثل أكثر من ٣٠ دولة.



١٢س + ٧,٥س = (١٢ + ٧,٥)س	خاصية التوزيع
= ١٩,٥٠س	بسّط

إذن العبارة ١٩,٥س تمثّل المبلغ الكلي الذي صرفته.

تحقق من فهمك:

ل) **نقود:** إذا كان معك مبلغ من النقود، ومع شقيقك مبلغ يقل عنه بـ ٥٠ ريالًا، فاكتب عبارةً تعبّر عن المجموع الكلي للمبلغين في أبسط صورة.





تأكد

الأمثلة ١-٤ استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

(١) ٥(س + ٤) (٢) ٢(ن + ٧) (٣) (ص + ٦) (٣) (٤) (أ + ٩) (٤)

(٥) ٢(ب − ٣) (٦) ٦(٤ − ك) (٧) −٦(م − ٢) (٨) −٣(أ + ٩)

المثال ٥ عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في كل عبارة مما يأتي:

(٩) ٥ن − ٢ن − ٣ + ن (١٠) ٨أ + ٤ − ٦أ − ٥أ (١١) ٧ − ٣د − ٨ + د

المثالان ٦، ٧ بسّط كل عبارة مما يأتي:

(١٢) ٨ن + ن (١٣) ٧ن + ٥ − ٧ن (١٤) ٤ب − ٧ + ٦ب + ١٠

المثال ٨ (١٥) **تسوّق:** إذا اشتريت ٣ زجاجات عصير سعر كل واحدة منها س ريال، وكيلوجرامًا من التفاح بـ٥ ,٤ ريالاتٍ، فاكتب عبارة تعبّر عن المبلغ الذي أنفقته في أبسط صورة.

تدرّب وحلّ المسائل

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٦−٢٧	١−٤
٢٨−٣٣	٥
٣٤−٣٩	٦، ٧
٤٠−٤٣	٨

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

(١٦) ٣(س + ٨) (١٧) −٨(أ + ١) (١٨) (ب + ٨) (٥) (١٩) (ب + ٧) (−٢)

(٢٠) ٤(س − ٦) (٢١) ٦(٥ − ك) (٢٢) −٨(جـ − ٨) (٢٣) −٣(٥ − ب)

(٢٤) (د + ٢) (−٧) (٢٥) −٤ (ن − ٣) (٢٦) (١٠ − ي) (−٩) (٢٧) (٦ + ن) (٣)

عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في كل عبارة مما يأتي:

(٢٨) ٢ + ٣أ + ٩أ (٢٩) ٧ − ٥ س + ١ (٣٠) ٤ + ٥ي −٦ي + ي

(٣١) ن + ٤ن − ٧ن − ١ (٣٢) −٣د + ٨ − د − ٢ (٣٣) ٩ − ز + ٣ − ٢ز

بسّط كل عبارة مما يأتي:

(٣٤) ن + ٥ن (٣٥) ١٢جـ − جـ (٣٦) ٥س + ٤ + ٩س

(٣٧) ٢ + ٣د + د (٣٨) − ٣ر +٧ − ٣ر − ١٢ (٣٩) − ٤م − ١ − ٤م + ٦

اكتب عبارة جبرية في أبسط صورة تمثّل الكمية الإجمالية في الأسئلة ٤٠−٤٣:

(٤٠) **قرطاسية:** اشتريت س قلمًا بسعر ريالين للقلم الواحد، والعدد نفسه من المساطر بسعر ٥ ,١ ريال لكل مسطرة، وعلبة أدوات هندسية بـ ٩ ريالاتٍ.

(٤١) **قراءة:** قرأت في كتاب س دقيقة في كلٍّ من يومَي الإثنين والأربعاء، و٣٠ دقيقةً في يوم الجمعة.

٤٢ **لجان:** أنت عضو في م لجنة، وزميلك عضو في عدد من اللجان يقل عنك بمقدار لجنتين.

٤٣ **أعمار:** بلغ عمر أحمد اليوم ص سنة، ويصغره أخوه علي بمقدار ٥ سنواتٍ.

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

٤٤ ٣(٢ص + ١)   ٤٥ − ٤(٣س + ٥)   ٤٦ −٦(٢١−٨ن)   ٤٧ ٤(س−ص)

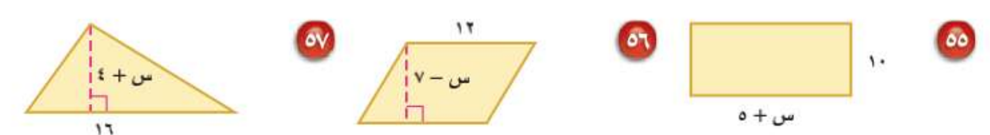
٤٨ −٢(٣أ − ٢ب)   ٤٩ (−٢ − ن)(−٧)   ٥٠ ٥س(ص − ع)   ٥١ −٦أ(٢ب + ٥جـ)

جبر: اكتب جملة لفظية من واقع الحياة لكل عبارة جبرية مما يأتي:

٥٢ ٣س + ١٥   ٥٣ ٦أ − ١٤   ٥٤ ٠,٥٠ص + ٩

قياس: اكتب عبارتين جبريتين متكافئتين؛ لتمثيل مساحة كل شكل مما يأتي:

٥٥   ٥٦   ٥٧



٥٨ **مدرسة:** إذا أمضيت م دقيقة في الدراسة يوم الإثنين، و ١٥ دقيقة يوم الثلاثاء زيادة على يوم الإثنين، و ٣٠ دقيقة يوم الأربعاء أقل من يوم الثلاثاء، ويوم الخميس مثلي عدد دقائق يوم الإثنين، ويوم الجمعة أقل بـ ٢٠ دقيقة من يوم الخميس، فاكتب عبارة في أبسط صورة لتمثيل عدد الدقائق التي قضيتها في الدراسة في الأيام الخمسة.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٥٩ **مسألة مفتوحة:** اكتب عبارة بثلاثة حدود، أبسط صورة لها هي: ٤ س − ٧، عيّن المعاملات والثوابت فيها.

٦٠ **اكتشف المختلف:** عيّن العبارة التي لا تكافئ العبارات الثلاث الأخرى. ووضّح إجابتك.

س − ٢ + ٣س	٤(س − ٢)	٧ + ٤س − ٩	٤س − ٢

٦١ **تحدّ:** بسّط العبارة: ٨س^{٢} − ٢س + ١٢س − ٣. وتحقق من صحة إجابتك عندما س = ٢.

٦٢ **اكتب** هل العبارة الآتية صحيحة: ٢(س − ١)+٣(س − ١) = ٥(س−١)؟ إذا كانت كذلك، فاستعمل خصائص العمليات في توضيح إجابتك، وإذا كانت خطأً، فأعط مثالًا مضادًا.



تدريب على اختبار

٦٣ ما الخاصية المستعملة في العبارة أدناه؟

٤س + ٣٢ = ٤ (س + ٨)

أ) خاصية التجميع على الجمع.

ب) خاصية الإبدال على الجمع.

جـ) خاصية التوزيع.

د) خاصية الانعكاس.

٦٤ أي العبارات الآتية تكافئ ٥ أ + ٥ ب؟

أ) ٥ أ ب

ب) ٥ (أ + ب)

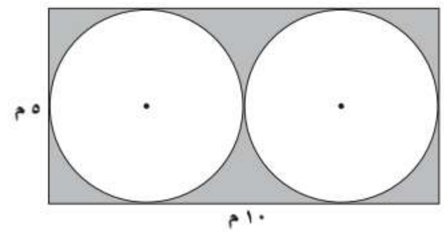
جـ) ٥ أ + ب

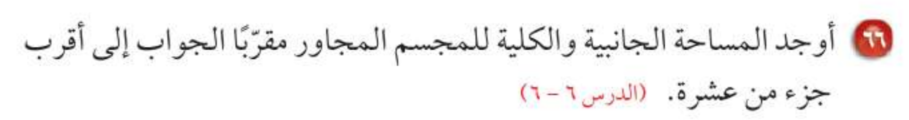
د) أ + ٥ ب

مراجعة تراكمية

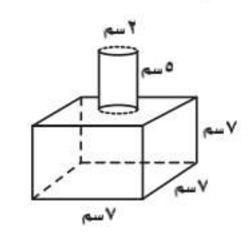


٦٥ أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٦ – ١)



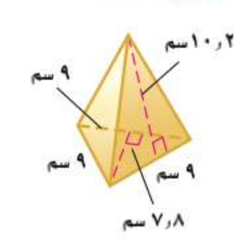


٦٦ أوجد المساحة الجانبية والكلية للمجسم المجاور مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٦ – ٦)

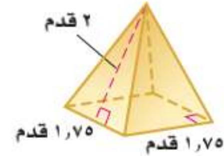
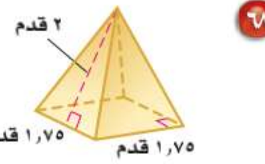


أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر. (الدرس ٦ – ٧)

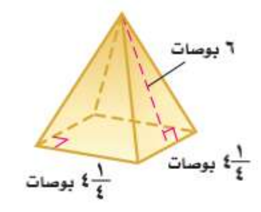
٦٧



٦٨

٦٩



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٧٠ س + ٨ = ٢

٧١ ص – ٥ = –٩

٧٢ ٣٢ = –٤ن

٧٣ $\frac{أ}{٣}$ = –١٥







حل معادلات ذات خطوتين

فكرة الدرس:
أحل معادلات ذات خطوتين .

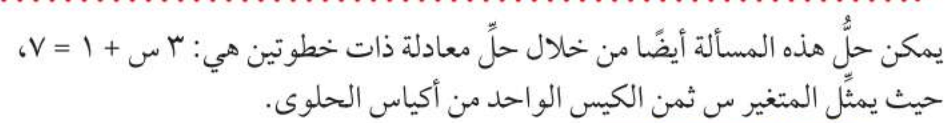
المفردات
معادلة ذات خطوتين

إستعد

حلوى: اشترى زيد ٣ أكياس من الحلوى، وكيسًا واحدًا من البسكويت، ودفع ٧ ريالاتٍ ثمنًا لها جميعًا.

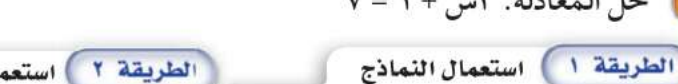
١ وضّح كيف يمكنك استعمال استراتيجية الحل عكسيًّا لإيجاد ثمن كل كيس من أكياس الحلوى التي اشتراها زيد.

٢ أوجد ثمن كل كيس من الحلوى.



يمكن حلُّ هذه المسألة أيضًا من خلال حلِّ معادلة ذات خطوتين هي: ٣ س + ١ = ٧، حيث يمثِّل المتغير س ثمن الكيس الواحد من أكياس الحلوى.

تحتوي **المعادلة ذات الخطوتين** على عمليتين، ففي المعادلة ٣ س + ١ = ٧، ضربت س في (٣) ثم أُضيف (١) إلى الناتج. ولحلِّ هذه المعادلات حُلّ كل عملية بالترتيب المعاكس.



مثالان — حلُّ معادلات ذات خطوتين

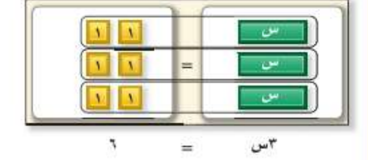
١ حُلَّ المعادلة: ٣س + ١ = ٧

الطريقة ١ استعمال النماذج

احذف بطاقة واحدة من كل لوحة.

٣س + ١ − ١ = ٧ − ١

ثم وزِّع البطاقات المتبقية في ثلاث مجموعات متساوية.



٣س = ٦

هنالك بطاقتان في كل مجموعة؛ لذا س=٢

الطريقة ٢ استعمال الرموز

استعمل خاصية الطرح:

٣س + ١ = ٧	اكتب المعادلة
− ١ = − ١	اطرح ١ من كل طرف
٣س = ٦	

استعمل خاصية القسمة:

٣س = ٦	
$\frac{٣س}{٣} = \frac{٦}{٣}$	اقسم كل طرف على ٣
س = ٢	بسّط

وباستعمال أيٍّ من الطريقتين يكون الناتج ٢



٢ حُلّ المعادلة: ٢٥ = ١/٤ ن − ٣

الطريقة ١ الأسلوب الرأسي

٢٥ = ١/٤ ن − ٣	اكتب المعادلة.
+٣ = +٣	أضف ٣ إلى كل طرف.
٢٨ = ١/٤ ن	بسِّط.
٤ × ٢٨ = ٤ × ١/٤ ن	اضرب كل طرف في ٤.
١١٢ = ن	

الطريقة ٢ الأسلوب الأفقي

١/٤ ن − ٣ = ٢٥

١/٤ ن − ٣ + ٣ = ٢٥ + ٣

١/٤ ن = ٢٨

٤ × ١/٤ ن = ٤ × ٢٨

ن = ١١٢

فيكون الحل هو ١١٢

اختر طريقتك

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

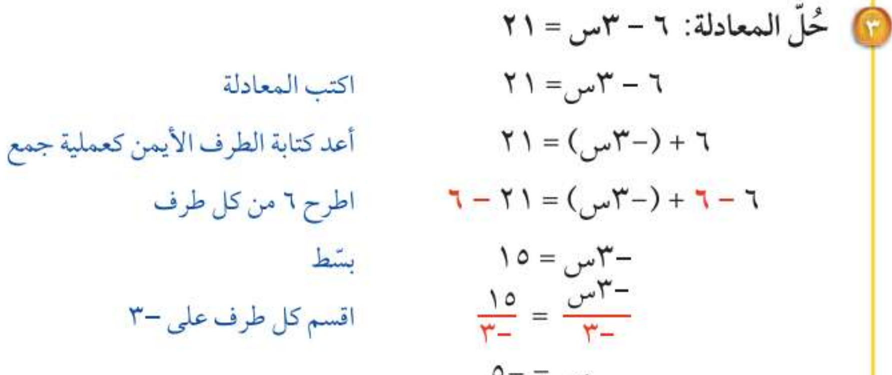
أ) ٣س + ٢ = ٢٠ **ب)** ٥ + ٢ن = −١ **جـ)** −١ = ١/٢ أ + ٩

قد تشتمل بعض المعادلات ذات الخطوتين على حدٍّ معامله سالب.



مثال — معادلات بمعاملات سالبة

٣ حُلّ المعادلة: ٦ − ٣س = ٢١



٦ − ٣س = ٢١	اكتب المعادلة
٦ + (−٣س) = ٢١	أعد كتابة الطرف الأيمن كعملية جمع
٦ − ٦ + (−٣س) = ٢١ − ٦	اطرح ٦ من كل طرف
−٣س = ١٥	بسّط
−٣س / −٣ = ١٥ / −٣	اقسم كل طرف على −٣
س = −٥	

فيكون الحل هو −٥

تحقق: ٦ − ٣س = ٢١	اكتب المعادلة
٦ − ٣(−٥) ≟ ٢١	عوض عن س بـ (−٥)
٦ + ١٥ ≟ ٢١	اضرب، ثم حوّل عملية الطرح لجمع النظير
٢١ = ٢١ ✓	العبارة صحيحة

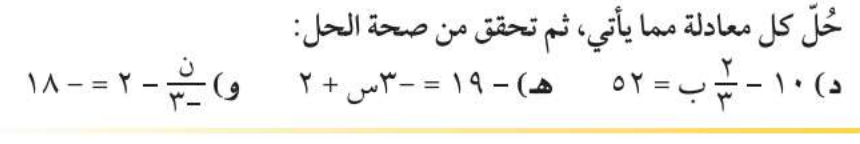
إرشادات للدراسة

خطأ شائع

من الأخطاء الشائعة قسمة طرفي المعادلة على ٣ بدلًا من −٣. تذكر أنك تقسم على معامل المتغير، وهو في هذه المعادلة عدد سالب.

تحقق من فهمك:

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:



د) ١٠ − ٢/٣ ب = ٥٢ **هـ)** −١٩ = −٣س + ٢ **و)** ن/−٣ − ٢ = −١٨

من الضروري تجميع الحدود المتشابهة قبل حل المعادلة.

مثــــال — تجميع الحدود المتشابهة أولًا

٤ حُلّ المعادلة: − ٢ ص + ص − ٥ = ١١، ثم تحقق من صحة الحل.

−٢ص + ص − ٥ = ١١	اكتب المعادلة
−٢ص + ١ص − ٥ = ١١	خاصية العنصر المحايد (ص = ١ص)
− ص − ٥ = ١١	جمع الحدود المتشابهة: −٢ص + ١ص = − ص
− ص − ٥ + ٥ = ١١ + ٥	أضف ٥ إلى كل طرف
− ص = ١٦	بسّط
$\frac{-١ص}{-١} = \frac{١٦}{-١}$	−ص=−١ص، اقسم كل طرف على −١
ص = − ١٦	بسّط

فيكون الحل هو −١٦.

تحقق: −٢ص + ص − ٥ = ١١	اكتب المعادلة
− ٢(−١٦) + (−١٦) − ٥ $\stackrel{?}{=}$ ١١	عوض عن س بـ(−١٦)
٣٢ + (−١٦) − ٥ $\stackrel{?}{=}$ ١١	اضرب
١١ = ١١ ✓	العبارة صحيحة

✓ تحقق من فهمك:

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

ز) س + ٤س = ٤٥ ح) ١٠ = ٢أ + ١٣ − أ ط) − ٣ = ٦ − ٥و + $\frac{٥}{٢}$ و

✓ تأكَّــد

الأمثلة ١ - ٣ — **حُلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:**

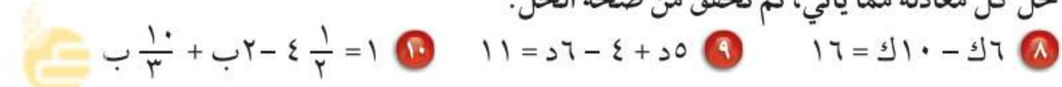
١ ٦س + ٥ = ٢٩ ٢ −٢ = ٩م − ١١ ٣ ١٠ = $\frac{أ}{٤}$ + ٣

٤ $\frac{٢}{٣}$ س − ٥ = ٧ ٥ ٣ − ٥ص = −٣٧ ٦ $\frac{ج}{-٢}$ − ٤ = ٣

المثال ٣

٧ **إلكترونيات:** اشترى خالد جهازًا إلكترونيًّا بمبلغ ٨١٦ ريالًا، بحيث يدفع ٥١ ريالًا شهريًّا. فلإيجاد عدد الدفعات الشهرية التي دفعها خالد، إذا كان متبقيًا عليه ٣٥٧ ريالًا، حُلَّ المعادلة ٣٥٧ = ٨١٦ − ٥١م.

المثال ٤ — **حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:**



٨ ٦ك − ١٠ك = ١٦ ٩ ٥د + ٤ − ٦د = ١١ ١٠ ١ = ٤ $\frac{١}{٢}$ − ٢ب + $\frac{١٠}{٣}$ ب

تـدرّب وحلّ المسائل

للأسئلة	انظر الأمثلة
١١-١٦، ٢٠	١، ٢
١٧-١٩	٣
٢١-٢٣	٤

إرشادات للأسئلة

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

(١١) ٢هـ + ٩ = ٢١ (١٢) ١١ = ٢ب + ١٧ (١٣) −١٧ = ٦ب − ٥

(١٤) ٢جـ − ٣ = −١٩ (١٥) ١٣ = (م/٣) + ٤ (١٦) ٥ + (ص/٨) = −٣

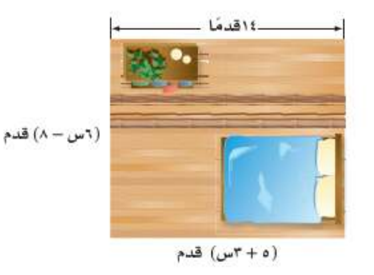
(١٧) ٣ − ٨س = ٣٥ (١٨) (−١/٢) س − ٧ = −١١ (١٩) ١٥ − (و/٨) = ٢٨

(٢٠) **هدايا :** أُهدي لعمر بطاقة شراء من مكتبة بقيمة ٥٠ ريالًا، وأراد أن يشتري قلمًا بـ ١٠ ريالاتٍ، وعددًا من الكتب، بسعر ٨ ريالاتٍ للكتاب الواحد. حُلّ المعادلة ٨ ك + ١٠ = ٥٠؛ لإيجاد عدد الكتب التي يستطيع شراءها.

حل كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

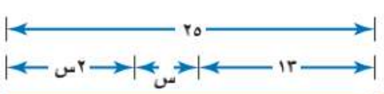
(٢١) ٢٨ = ٣م − ٧م (٢٢) ٣ − ٦س + ٨س = ٩ (٢٣) −٢١ = ٩أ − ١٥ − ٣أ

(٢٤) ٤(س + ٢) = ٢٠ (٢٥) ٦(و − ٢) = ٥٤ (٢٦) (أ−٤)/٥ = ١٢



(٢٧) **تزيين المنزل:** يريد عماد شراء سجادة جديدة للغرفة المجاورة. احسب مساحة السجادة .

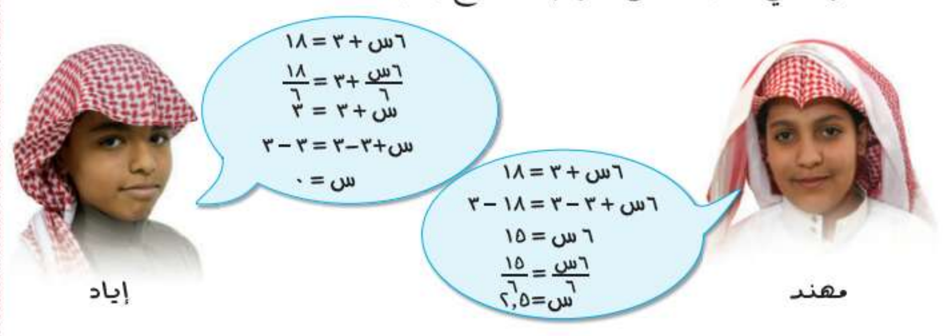
(٢٨) **حيوانات:** حُلَّ المعادلة: ٤ س + ١٢ = ١٧١، لإيجاد قيمة س التي تمثِّل عدد الحيوانات في حديقة الحيوان، وهل هذا ممكن؟ وضّح إجابتك.



(٢٩) **هندسة :** اكتب معادلة لتمثيل طول أب في الشكل المجاور ، ثم أوجد قيمة س.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٠) **اكتشف الخطأ :** حَلّ كلٌّ من مهند وإياد المعادلة ٦ س + ٣ = ١٨ على النحو الآتي، فأيُّهما على صواب؟ وضّح إجابتك.



(٣١) **تحدّ :** حُلَّ المعادلة : (س + ٥)^٢ = ٤٩ . (**إرشاد :** للمعادلة حلان).

(٣٢) **اكتب** وضّح كيف يمكنك استعمال استراتيجية «الحل عكسيًّا» في حل معادلة ذات خطوتين.

تدريب على اختبار

٣٣ أيُّ قيم ص الآتية تجعل المعادلة $\frac{ص}{٤}$ − ٧ = ٣ صحيحة؟

أ) ٣

ب) ١٦

جـ) ٤٠

د) ٨٤

٣٤ ما قيمة م في المعادلة −٦م + ٤ = −٣٢ ؟

أ) ٦

ب) $٤\frac{٢}{٣}$

جـ) $٢\frac{١}{٣}$

د) −٦

مراجعة تراكمية

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٧ − ١)

٣٥ ٦ (أ + ٦)

٣٦ −٣(س + ٥)

٣٧ (ص − ٨) (٤)

٣٨ −٨(ي − ٧)

٣٩ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة المجاورة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٦ − ٦)

٨ سم

١٤,٢ سم

٤٠ أوجد حجم المنشور المجاور. (الدرس ٦ − ٤)

١٥ م

٢٤ م

١٦ م

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حوّل كلَّ جملة مما يأتي إلى معادلة:

٤١ أُضيفَ العدد ٥ إلى عدد ما، فكان الناتج ١٧

٤٢ ناتج قسمة عدد على ٢ يساوي −٢







كتابة معادلات ذات خطوتين

فكرة الدرس:
أكتب معادلات ذات خطوتين لحل مسائل تمثّل مواقف حياتية.

استعد

رياضة: يرغب حاتم في المشاركة في مركز رياضي مدة أسبوعين، وبتكلفة قدرها ٧٠٠ ريالٍ، على أن يدفع ٤٠٠ ريالٍ مقدَّمًا والباقي على دفعات يومية بمقدار ٢٠ ريالًا.

الدفعات	المبلغ المدفوع
٠	٤٠٠ + ٢٠(٠) = ٤٠٠
١	٤٠٠ + ٢٠(١) = ٤٢٠
٢	٤٠٠ + ٢٠(٢) = ٤٤٠
٣	٤٠٠ + ٢٠(٣) = ٤٦٠
⋮	⋮

١ إذا كانت ن تمثّل عدد الدفعات، فاكتب عبارة تمثّل تكلفة الاشتراك في المركز الرياضي.

٢ اكتب معادلة لإيجاد عدد الدفعات المطلوبة للمشاركة في المركز، ثم حلّها.

٣ ما نوع المعادلة التي كتبتها في (٢)؟ وضّح إجابتك.

تعلمت سابقًا كيف تكتب مسألة على صورة معادلة في خطوة واحدة. بعض المسائل تتحول إلى معادلة ذات خطوتين.

التعبير اللفظي	مجموع العدد ٤٠٠ و ٢٠ ضعفًا لعددٍ ما يساوي ٧٠٠
المتغير	لتكن ن تمثّل العدد .
المعادلة	٤٠٠ + ٢٠ ن = ٧٠٠



تحويل جمل إلى معادلات

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة:

	الجملة	المعادلة
١	أقل من ثلاثة أمثال عدد بمقدار ثمانية يساوي –٢٣	٣ن – ٨ = –٢٣
٢	يزيد العدد ثلاثة عشر على مثلَي عدد ما بمقدار ٧	١٣ = ٢ن + ٧
٣	ناتج قسمة عدد على ٤ مطروحًا منه واحد يساوي ٥	$\frac{ن}{٤}$ – ١ = ٥

تحقق من فهمك:

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

أ) يزيد العدد خمسة عشر بمقدار ٣ على ستة أمثال عدد.

ب) أضيف العدد ١٠ إلى ناتج قسمة عدد على ٦، فكان الناتج ٥

جـ) الفرق بين ١٢ ومثلَي عددٍ ما يساوي ١٨



مثالان من واقع الحياة

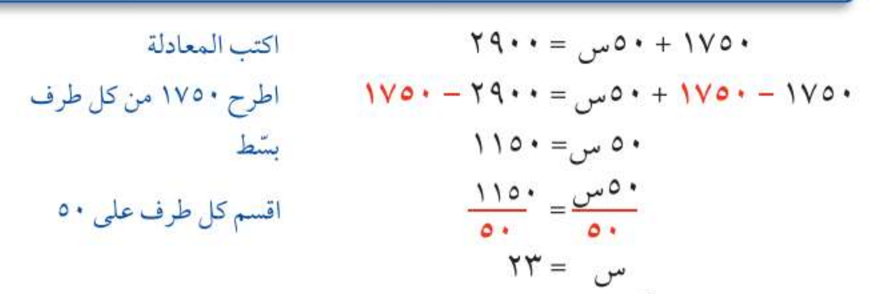



الربط بالحياة:

كيف يستعمل مدرب اللياقة الرياضيات؟

يستعمل مدرب اللياقة الرياضيات لمساعدته على إعداد جداول التدريب.

٤ أثقال: اشترى مدربٌ منصةَ أثقالٍ بمبلغ ١٧٥٠ ريالًا، وعددًا من الأثقال بقيمة ٥٠ ريالًا لكلٍّ منها. فإذا كانت التكلفة الكلية ٢٩٠٠ ريالٍ، فما عدد الأثقال التي اشتراها؟



التعبير اللفظي	ثمن المنصة زائد ٥٠ ريالًا لكل ثقل يساوي ٢٩٠٠ ريالٍ.
المتغير	لتكن س تمثِّل عدد الأثقال.
المعادلة	١٧٥٠ + ٥٠ × س = ٢٩٠٠

١٧٥٠ + ٥٠س = ٢٩٠٠	اكتب المعادلة
١٧٥٠ − ١٧٥٠ + ٥٠س = ٢٩٠٠ − ١٧٥٠	اطرح ١٧٥٠ من كل طرف
٥٠ س = ١١٥٠	بسّط
$\frac{٥٠س}{٥٠} = \frac{١١٥٠}{٥٠}$	اقسم كل طرف على ٥٠
س = ٢٣	

إذن تم شراء ٢٣ ثقلًا.

٥ غداء: تناولت وزميلك طعامًا بمبلغ ٩٠ ريالًا، وكانت تكلفة وجبتك تزيد بمقدار ١٠ ريالاتٍ على وجبة زميلك، فما تكلفة وجبة زميلك؟

التعبير اللفظي	تكلفة وجبة زميلك زائد وجبتك تساوي ٩٠ ريالًا .
المتغير	لتكن ص تمثِّل تكلفة وجبة زميلك.
المعادلة	ص + ص+١٠ = ٩٠

ص + ص + ١٠ = ٩٠	اكتب المعادلة
٢ص + ١٠ = ٩٠	اجمع الحدود المتشابهة
٢ص + ١٠−١٠ = ٩٠ −١٠	اطرح ١٠ من كل طرف
٢ص = ٨٠	بسّط
$\frac{٢ص}{٢} = \frac{٨٠}{٢}$	اقسم كل طرف على ٢
ص = ٤٠	

تكلفة وجبة زميلك تساوي ٤٠ ريالًا.

إرشادات للدراسة

مراجعة
يمكنك مراجعة كتابة المعادلات التي درستها سابقًا.

تحقق من فهمك:

د) **أرصاد جوية:** افترض أن درجة الحرارة الحالية ٣٥° س، ويُتوقع أن ترتفع بمقدار درجتين في كل ساعة من الساعات القادمة، فبعد كم ساعة تصبح درجة الحرارة ٤٣° س؟

هـ) **قياس:** محيط مستطيل ٤٠ سنتمترًا، ويقلُّ عرضه عن طوله بمقدار ٨ سنتمتراتٍ. اكتب معادلة لإيجاد بُعدَي المستطيل، ثم حُلّها.





تأكَّد

الأمثلة ١-٣

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

١ أكبر من ثلاثة أمثال عدد بمقدار واحد يساوي ٧

٢ أصغر من مثلَي عدد بمقدار سبعة يساوي -١

٣ ناتج قسمة عدد على خمسة، مطروحًا منه عشرة يساوي ٣

للسؤالين ٤، ٥، اكتب معادلة وحُلَّها.

المثال ٤

٤ **رسوم:** يتطلب تجديد رخصة القيادة دفع رسم مقداره ٤٠٠ ريال، بالإضافة إلى رسم مخالفة عن كل سنة تأخير. فإذا كان مجموع ما دفعه صالح ٦٠٠ ريالٍ بعد تأخير مدته سنتان، فما قيمة رسم المخالفة السنوية؟

المثال ٥

٥ **تسوُّق:** اشترى علاء حقيبة وآلة حاسبة بمبلغ ١٢١ ريالًا. فإذا كان المبلغ الذي دفعه ثمنًا للحقيبة يزيد بمقدار ٤٥ ريالًا على ثمن الحاسبة، فما ثمن الحاسبة؟

تدرَّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦-٩	١-٣
١٠-١١	٤
١٢	٥

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة:

٦ أصغر من خمسة أمثال عدد ما بمقدار أربعة يساوي ١١

٧ أكبر من مثلَي عدد بمقدار خمسة عشر يساوي ٩

٨ يزيد على أربعة أمثال عدد بمقدار ثمانية يساوي -١٢

٩ ناتج طرح ستة من سبعة أمثال عدد يساوي -٢٠

للأسئلة ١٠ - ١٣، اكتب معادلة لكل مسألة وحُلَّها.

١٠ **كتب:** اشتريت مجلة وثلاثة كتب متساوية الثمن، ودفعت ١٥٧ ريالًا ثمنًا لها جميعًا، وكان ثمن المجلة وحدها ٧ ريالاتٍ، فما ثمن الكتاب الواحد؟



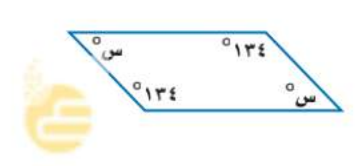
١١ **مكالمات هاتفية:** بلغت فاتورة الهاتف النقال لسعد بحسب الإعلان الموضح جانبًا خلال شهر واحد ١٣٩,٨ ريالًا. أوجد عدد الدقائق التي استغرقها سعد في المكالمات.



١٢ **الكعبة المشرفة:** طول محيط باب الكعبة ٩,٨م، ويزيد طوله عن عرضه ١,٥م، اكتب معادلة لإيجاد بُعدَي باب الكعبة، ثم حُلَّها.

الربط بالحياة: يقع باب الكعبة المشرفة في الجهة الشرقية منها بعمق نصف متر تقريبًا داخل الجدار. وباب الكعبة الحالي أمر بصنعه وزخرفته الملك خالد رحمه الله بأحدث الطرق الفنية.

١٣ **هندسة:** أوجد قيمة س في متوازي الأضلاع المرسوم إلى اليسار.



حيوانات: استعمل المعلومات عن يمين الصفحة لحل الأسئلة ١٤ – ١٦:

١٤ تقل السرعة القصوى للصقر عن ثلاثة أمثال سرعة الفهد القصوى بمقدار ٢٠ ميلًا في الساعة. فما سرعة الفهد؟

١٥ تستطيع سمكة الزعنفة الشراعية السباحة بسرعة تقل عن خُمْس سرعة الصقر بمقدار ميل واحد في الساعة. أوجد سرعة السمكة.

١٦ يمكن أن تصل سرعة الصقر إلى ما يزيد على سبعة أمثال أسرع إنسان بمقدار ١٤ ميلًا، فكم تبلغ سرعة أسرع إنسان تقريبًا؟





الربط بالحياة:

يمكن أن تصل سرعة الصقر الجوال (الشاهين) إلى ١٧٥ ميلًا في الساعة.

١٧ **جبر:** إذا كانت: ن، ن + ٢، ن + ٤ تمثّل ثلاثة أعداد زوجية متتالية، وكان مجموعها ٣٦، فما هذه الأعداد؟

ادِّخار: للسؤالين ١٨، ١٩ استعمل المعلومات الآتية:

يريد كلٌّ من ماهر وسيف ادّخار مبلغ ٦٠٠٠ ريالٍ للرحلة الصيفية، فإذا كان لدى ماهر مبلغ ١٥٠٠ ريالٍ، ويستطيع أن يوفّر ٧٥ ريالًا في اليوم لقاء عمله، بينما لم يكن لدى سيف شيءٌ، لكنه يستطيع أن يوفّر ١٢٠ ريالًا في اليوم لقاء عمله.

١٨ **خمّن:** أيُّهما سيحتاج إلى وقت أطول لتوفير المبلغ المطلوب للرحلة؟

١٩ اكتب معادلتين للتحقق من تخمينك، وحُلَّهما.

للسؤالين ٢٠، ٢١ اكتب مسألة يمكن حلها باستعمال المعادلة.

٢٠ ٤ س + ٢٠ = ٧٠

٢١ ٢ س – ٦ = ٢٥

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٢ **مسألة مفتوحة:** العدد الذي يجعل الجملة: « يقل العدد ١٢ عن أربعة أمثال عدد بمقدار ٨» جملة صحيحة هو ٥، اكتب جملةً أخرى يكون العدد المجهول فيها هو ٥

٢٣ **تحدٍّ:** إذا كان مجموع أعمار ثلاثة أشقّاء ٢٧ سنة، وكان عمر أكبرهم مثلَي عمر الأصغر، وعمر الأوسط يزيد على عمر الأصغر بمقدار ٣ سنوات. فاكتب معادلة لإيجاد أعمار هؤلاء الأشقاء، ثم حُلَّها.

٢٤ **اختر طريقة:** يبيع سعد كل ٣ علب عصير بمبلغ ٦,٥ ريالاتٍ، فإذا كان ربحه فيها هو ٠,٥ ريال، فأيُّ الطرق الآتية يمكنك استعمالها لإيجاد ثمن شراء سعد للعلبة الواحدة؟ فسّر اختيارك، ثم أوجد ثمن شراء كل علبة.

الحساب الذهني	التقدير	الورقة والقلم

٢٥ **اكتب** مسألة لفظية من الواقع تتطلب كتابة معادلة ذات خطوتين لحلّها، ثم اكتب هذه المعادلة وحلّها.



تدريب على اختبار

٢٦ لدى شركة ٧٢ موظفًا، وتخطِّط إدارة الشركة لزيادة عددهم بمقدار ٦ موظفين شهريًّا، إلى أن يصبح عددهم ضعف العدد الحالي، إذا كانت ش تمثِّل عدد الأشهر اللازمة، فأي المعادلات الآتية تمثِّل الموقف؟

أ) ٦ ش + ٧٢ ش = ١٤٤

ب) ٢ ش + ٧٢ = ١٤٤

جـ) ٢ (٦ش + ٧٢) = ١٤٤

د) ٦ ش + ٧٢ = ١٤٤

٢٧ توفِّر سمر نقودًا لشراء لعبة ثمنها ٤٥ ريالًا، إذا كانت قد وفرَّت حتى الآن ١٣ ريالًا، وستوفِّر ٨ ريالات أسبوعيًّا، والمعادلة ٨ س + ١٣ = ٤٥ تمثِّل هذه العلاقة، فكم أسبوعًا تحتاج سمر حتى تجمع ثمن اللعبة؟

أ) ٤

ب) ٦

جـ) ٧

د) ٨

مراجعة تراكمية

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٧ – ٢)

٢٨ ٥ س + ٢ = ١٧

٢٩ –٧ ب + ١٣ = ٢٧

٣٠ –٦ = $\frac{ن}{٨}$ + ١

٣١ –١٥ = –٤ ر + ٩

بسّط كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٧ – ١)

٣٢ ٥ س + ٦ – س

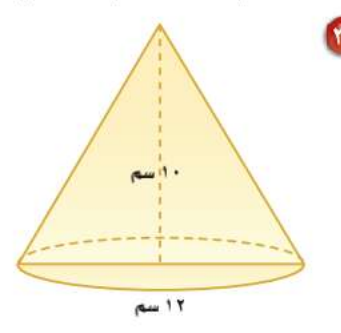
٣٣ ٨ – ٣ن + ٣ن

٣٤ ٧أ – ٧أ – ٩

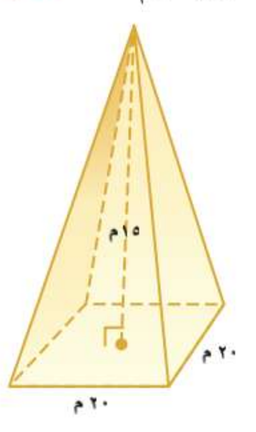
٣٥ ٣ – ٤ ص + ٩ ص

أوجد حجم كل مجسم مما يأتي، مقرِّباً الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك: (الدرس ٦ – ٥)

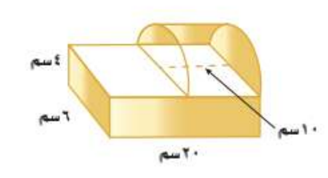
٣٦







٣٨ أوجد حجم المجسم المجاور. (الدرس ٦ – ٤)



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : بسّط كل عبارة مما يأتي:

٣٩ ٢ س –٨ + ٢ س

٤٠ – ٥ ن + ٧ + ٥ ن

٤١ ٨ ر – ٣ + ٣

٤٢ – ٦ – ١٥أ + ٦



استكشاف
٧ - ٤

معمل الجبر
معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

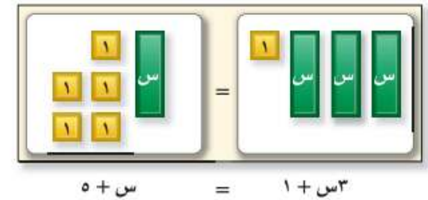
فكرة الدرس:
أحل معادلات تتضمن متغيرات في طرفَيها باستعمال بطاقات الجبر.

يمكنك استعمال بطاقات الجبر لحل المعادلات التي تشتمل على متغيرات في طرفيها.

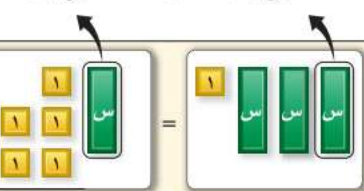


نشاط

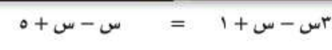
١ استعمل بطاقات الجبر لحل: ٣س + ١ = س + ٥.



مثّل المعادلة.



احذف عددًا متساويًا من بطاقات س من كل طرف إلى أن تصبح بطاقات س في أحد الطرفين فقط.





احذف عددًا متساويًا من بطاقات العدد (١) من كل طرف إلى أن تصبح بطاقات س وحدها في أحد الطرفين.



وزّع البطاقات المتبقية في مجموعتين متساويتين.

وبهذا تكون قيمة س = ٢، وبما أن: ٣(٢) + ١ = ٢ + ٥ ، فالحل صحيح.

تحقق من فهمك:

استعمل بطاقات الجبر لحل كل معادلة مما يأتي:

أ) س + ٢ = ٢س + ١ ب) ٢س + ٧ = ٣س + ٤ جـ) ٢س − ٥ = س − ٧

د) ٨ + س = ٣س هـ) ٤س = س − ٦ و) ٢س − ٨ = ٤س − ٢

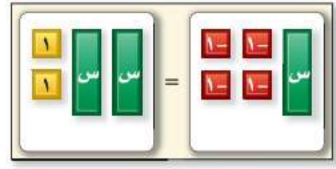
حلّل النتائج

١ بيّن أيُّ خصائص التساوي تستعملها للتخلص من العدد نفسه من بطاقات الجبر من كل طرف على لوحة المعادلة.

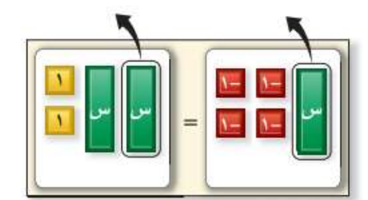


نشاط

② استعمل بطاقات الجبر لحل: س − ٤ = ٢س + ٢



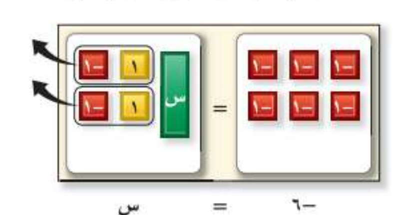
مثّل المعادلة.



احذف عددًا متساويًا من بطاقات س من كل طرف إلى أن تصبح بطاقة س واحدة في أحد الطرفين.



لعزل بطاقات س، لا يمكن حذف بطاقة العدد (١) من كل طرف؛ لذا أضف بطاقتين من العدد (−١) إلى كل طرف.



احذف الأزواج الصفرية من الطرف الأيسر للمعادلة، فيبقى ٦ أزواج من البطاقة (−١) على الطرف الآخر تقابل بطاقة واحدة س.

وبهذا س = − ٦، وبما أن: − ٦ − ٤ = ٢ (− ٦) + ٢، فالحل صحيح.

تحقق من فهمك:

استعمل بطاقات الجبر لحل كل معادلة فيما يأتي:

ز) س + ٦ = ٣س − ٢

ح) ٣س + ٣ = س − ٥

ط) س − ٤ = ٢س + ٥

ي) ٣س − ٢ = ٢س + ٣

ك) ٢س + ١ = س − ٧

ل) ٢س + ٥ = ٤س − ١

حلّل النتائج

② وضّح لماذا يمكنك حذف بطاقة س واحدة من كل طرف في لوحة المعادلة.

③ حلّ المعادلة س + ٤ = ٣س − ٤ بحذف بطاقات العدد (١) أولًا، ثم حُلَّها بحذف بطاقات س أولًا. هل يؤثر حذف البطاقات التي تحمل العدد (١) أو بطاقات س أولًا؟ هل إحدى الطريقتين أكثر ملاءمة للحل؟ وضّح ذلك.

④ **خمّن:** في مجموعة بطاقات الجبر، تمثّل − س بالبطاقة [−س]، وضّح كيف يمكنك استعمال بطاقة (−س) وبطاقات الجبر الأخرى لحل المعادلة:

−٣س + ٤ = −٢س − ١.



٧ - ٤ حل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

فكرة الدرس:
أحل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها.

استعد

الزمن (يوم)	مبيعات حمزة	مبيعات هاني
٠	٨ + ٤(٠) = ٨	٥(٠) = ٠
١	٨ + ٤(١) = ١٢	٥(١) = ٥
٢	٨ + ٤(٢) = ١٦	٥(٢) = ١٠
٣	٨ + ٤(٣) = ٢٠	٥(٣) = ١٥
⋮	⋮	⋮

مبيعات: يبيع كل من حمزة وهاني ربطات لتغليف الهدايا. فإذا باع حمزة ٨ رزم من الربطات قبل أن يبدأ هاني بالبيع، ثم كان معدل ما باعه هاني ٥ رزم في اليوم الواحد، ومعدل ما باعه حمزة ٤ رزم في اليوم، فأجب عما يأتي:

١) انسخ الجدول أعلاه، ثم أكمل تعبئة الصفوف لإيجاد عدد الأيام المطلوبة حتى يتساوى عدد ما باعه كل من هاني وحمزة.

٢) اكتب عبارة تمثِّل مبيعات حمزة بعد س يومًا.

٣) اكتب عبارة تمثِّل مبيعات هاني بعد س يومًا.

٤) أيُّ يوم تتجاوز فيه مبيعات هاني مبيعات حمزة؟

٥) اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد عدد الأيام المطلوبة حتى يتساوى عدد ما باعه كل من هاني وحمزة.

تشتمل بعض المعادلات، مثل: ٨ + ٤س = ٥س على متغيرات في طرفي المعادلة. ولحلِّ مثل هذه المعادلة، استعمل خاصية الجمع أو الطرح على المساواة لكتابة معادلة مكافئة بمتغيرات في طرف واحد، ثم حُلَّها.

مثالان

معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

١) **حُلّ المعادلة ٨ + ٤س = ٥س، ثم تحقق من صحة الحل.**

٨ + ٤س = ٥س	اكتب المعادلة
٨ + ٤س − ٤س = ٥س − ٤س	اطرح ٤ س من كل طرف
٨ = س	بسّط بتجميع الحدود

اطرح ٤س من الطرف الأيمن لعزل المتغير.

اطرح ٤س من الطرف الأيسر لموازنة المعادلة.

الحل هو ٨

وللتحقق من صحة الحل، عوِّض عن س بـ ٨ في المعادلة الأصلية.

تحقق: ٨ + ٤س = ٥س	اكتب المعادلة الأصلية
٨ + ٤(٨) ≟ ٥(٨)	عوض عن س بـ ٨
٤٠ = ٤٠ ✓	الجملة صحيحة



٢ **حُلّ المعادلة: ٦ن – ١ = ٤ن – ٥.**

٦ن – ١ = ٤ن – ٥	اكتب المعادلة الأصلية
٦ن – ٤ن – ١ = ٤ن – ٤ن – ٥	اطرح ٤ن من كل طرف
٢ن – ١ = –٥	بسّط
٢ن – ١ + ١ = –٥ + ١	أضف ١ إلى كل طرف
٢ن = –٤	بسّط
ن = –٢	اقسم كل طرف ذهنيًّا على ٢

تحقّق من فهمك:

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

أ) ٨أ = ٥أ + ٢١ **ب)** ٣س – ٧ = ٨س + ٢٣ **جـ)** ٧م – ١٢ = ٣ + $\frac{٧}{٣}$م

مثال من واقع الحياة

٣ **مكالمات هاتفية:** تبلغ تكلفة الاشتراك الشهري لأحد عروض الهواتف النقالة ٣٥ ريالًا شهريًّا بالإضافة إلى ٠,٣٥ ريال عن كل دقيقة، والاشتراك الشهري لعرض آخر ٤٥ ريالًا بالإضافة إلى ٠,٣٠ ريال عن كل دقيقة. فبعد كم دقيقة يتساوى العرضان؟

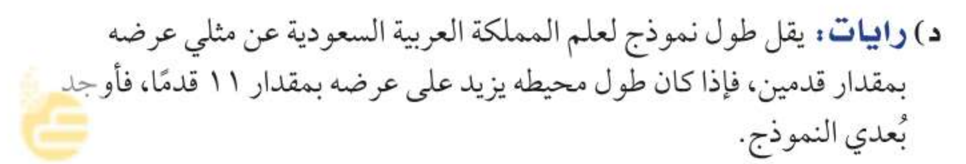
التعبير اللفظي	٣٥ ريالًا شهريًّا زائد ٠,٣٥ ريالًا لكل دقيقة	يساوي	٤٥ ريالًا شهريًّا زائد ٠,٣٠ ريالًا لكل دقيقة
المتغير	ليكن د يمثّل عدد الدقائق.		
المعادلة	٣٥ + ٠,٣٥ د = ٤٥ + ٠,٣٠ د		

٣٥ + ٠,٣٥ د = ٤٥ + ٠,٣٠ د	اكتب المعادلة
٣٥ + ٠,٣٥د – ٠,٣٠د = ٤٥ + ٠,٣٠د – ٠,٣٠د	اطرح ٠,٣٠د من كل طرف
٣٥ + ٠,٠٥د = ٤٥	
٣٥ + ٠,٠٥د – ٣٥ = ٤٥ – ٣٥	اطرح ٣٥ من كل طرف
٠,٠٥د = ١٠	
$\frac{٠,٠٥د}{٠,٠٥} = \frac{١٠}{٠,٠٥}$	اقسم كل طرف على ٠,٠٥
د = ٢٠٠	

تحقق: ٣٥ + ٢٠٠(٠,٣٥) ≟ ٤٥ + ٢٠٠(٠,٣٠)

١٠٥ = ١٠٥ ✓

تحقّق من فهمك:



د) رايات: يقل طول نموذج لعلم المملكة العربية السعودية عن مثلي عرضه بمقدار قدمين، فإذا كان طول محيطه يزيد على عرضه بمقدار ١١ قدمًا، فأوجد بُعدي النموذج.

الربط بالحياة: يُعدّ علم المملكة العربية السعودية العلم الوحيد الذي لا يُنكس ولا يُنزل إلى نصف السارية في حالات الحداد والمراسم الدولية؛ وذلك لأجل شهادة التوحيد التي يحملها.



المثالان ١، ٢

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

(١) ٥ن + ٩ = ٢ن
(٣) ٣ك + ١٤ = ك
(٥) ١٠س = ٣س − ٢٨
(٢) ٧ي − ٨ = ٦ي + ١
(٤) ٢أ + ٢١ = ٨أ − ٩
(٦) −٤ب − ٣ = ٢ + ب

المثال ٣

(٧) **تأجير سيارات:** يتقاضى مكتب لتأجير السيارات ٩٥ ريالًا كأجرة يومية على السيارة، بالإضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل كيلومتر زائد عن الحد اليومي. ويتقاضى مكتب آخر ٨٠ ريالًا في اليوم، بالإضافة إلى ٠,٤٠ ريال عن كل كيلومتر زائد. أوجد عدد الكيلومترات الزائدة المقطوعة في يوم واحد والتي تكون تكلفتها في المكتبين متساوية.



إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٨−١٠	١
١١−١٦	٢
١٧−١٩	٣

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

(٨) ٧أ + ١٠ = ٢أ
(٩) ١١س = ٢٤ + ٨س
(١٠) م − ١٨ = ٣م
(١١) ٥ب + ٢ = ٤ب − ١
(١٢) ٨ي − ٣ = ٦ي + ١٧
(١٣) ١٥ − ٣ن = ن − ١
(١٤) ٣ − ١٠ب = ٢ب − ٩
(١٥) −٦أ+١٣ = ٢أ−١١
(١٦) ٢١,٦ − د = ٥د

حدِّد المتغير لكل مسألة مما يأتي، ثم اكتب المعادلة، وحُلَّها:

(١٧) أقل من ثلاثة أمثال عدد ما بمقدار ثمانية عشر يساوي مثلي العدد.

(١٨) أكبر من أربعة أمثال عدد بمقدار أحد عشر يساوي هذا العدد مطروحًا منه سبعة.

(١٩) **ترفيه:** ثمن التذكرة العادية للدخول إلى مدينة ألعاب ٦ ريالات، وثمن التذكرة الذهبية ٣ ريالات لمن دفع ٣٠ ريالًا رسم اشتراك. فكم تذكرة ذهبية يجب شراؤها بحيث يكون ثمنها مساويًا ثمن التذاكر العادية المساوية لها في العدد؟

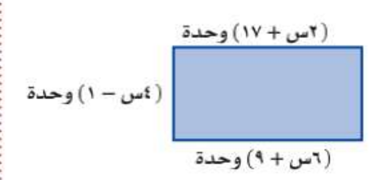
(٢٠) **قياس:** اكتب معادلة وحُلَّها لإيجاد محيط المربع المجاور ومساحته.

(٢س + ٨) وحدة
(٤س - ٢) وحدة

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢١) **تحدٍّ:** يدفع محل بيع الذرة مبلغ ٥٠٠ ريال بالإضافة إلى ٥ ٪ من قيمة المبيعات إيجارًا شهريًّا للمكان. إذا كان المحل يبيع كوب الذرة الذي يُكلِّفه ٢,٧٥ ريالًا بـ ٥ ريالات، فاكتب معادلة وحُلَّها لإيجاد عدد الأكواب التي يلزمه بيعها ليوفِّر قيمة الإيجار.

(٢٢) **تحدٍّ:** أوجد مساحة المستطيل المجاور.



(٢٣) **اكتب** وضّح كيف تحل المعادلة:
٢ − ٤س = ٦ س − ٨.

تدريب على اختبار

(٢٤) إذا كان عدد لاعِبي فريق كرة القدم في نادٍ رياضي هو ٤٥ لاعبًا، ويزيد بمعدّل ٣ لاعبين سنويًّا، وعدد لاعِبي فريق ألعاب القوى في النادي نفسه ٢١ لاعبًا، ويزيد بمقدار ٦ لاعبين سنويًّا. أيُّ المعادلات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد بعد كم سنة يتساوَى عدد لاعِبي الفريقين؟

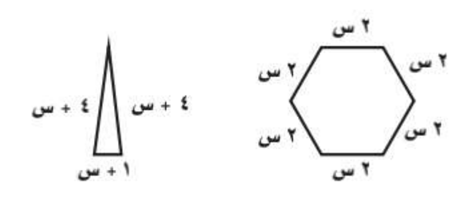
أ) ٤٥ س + ٣ = ٢١ س + ٦

ب) ٤٥ س + ٦ س = ٢١ + ٣ س

جـ) ٤٥ + ٣ س = ٢١ + ٦ س

د) (٤٥ + ٣) س = (٢١ + ٦) س

(٢٥) ما قيمة س التي تجعل محيطَي المضلعين أدناه مُتَساويَيْن؟



أ) ١

ب) ٢

جـ) ٣

د) ٤

مراجعة تراكمية

(٢٦) **قرطاسية:** زارت مها المكتبة واشترت كتابًا و ٤ دفاتر من النوع نفسه، فكان ثمن مشترياتها ٤٩,٩٥ ريالًا، إذا كان ثمن الكتاب ١٨,٩٥ ريالًا، فما ثمن الدفتر الواحد؟ (الدرس ٧ - ٣)

حُلَّ كلَّ معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٧ - ٢)

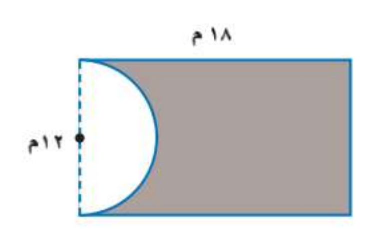
(٢٧) ٩ + ٥ ص = ١٩

(٢٨) -٦ = ٤ + ٢ س

(٢٩) ٨ - ك = ١٧

(٣٠) ٢ = ١٨ - ٤د

(٣١) أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٦ - ١)



الاستعداد للدرس اللاحق

(٣٢) **مهارة سابقة:** مع ياسر ١٣٥ ريالًا، يريد صرفها في حضور مباراة كرة قدم، فإذا كان ثمن التذكرة ٢٥ ريالًا، وثمن الوجبة ١٥,٥ ريالًا، وثمن العصير ٤,٥ ريالاتٍ، استعمل استراتيجية الحل عكسيًّا؛ لإيجاد عدد الأصدقاء الذين يمكن لياسر دعوتهم لحضور المباراة معه، إذا قام بالدفع عنه وعن أصدقائه المدعوين.



اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٧-١ إلى ٧-٤

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٧ - ١)

١ ٣ (س+٢)

٢ -٢ (أ-٣)

٣ ٥ (٣ جـ - ٧)

٤ -٤ (٢ ن + ٣)

بسّط كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٧ - ١)

٥ ٢ أ - ١٣ أ

٦ ٦ ب + ٥ - ٦ ب

٧ ٢ م + ٥ - ٨ م

٨ ٧ س + ٢ - ٨ س + ٥

٩ عيّن الحدود، والحدود المتشابهة، والمعاملات، والثوابت في العبارة: ٥ - ٤ س + س - ٣. (الدرس ٧ - ١)

حُلّ كلَّ معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٧ - ٢)

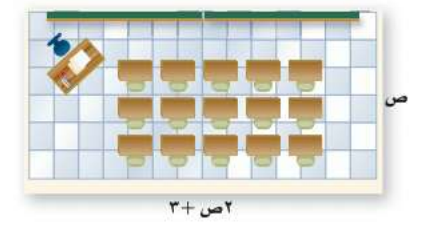
١٠ ٣ م + ٥ = ١٤

١١ -٢ ك + ٧ = -٣

١٢ ١١ = $\frac{١}{٣}$ أ + ٢

١٣ -١٥ = -٧ - ي

١٤ **اختيار من متعدد:** يبيّن الشكل أدناه مخطط غرفة صفية.



إذا كان محيط الغرفة ٧٨ قدمًا، فكم عرضها؟ (الدرس ٧ - ٢)

أ) ١٢ قدمًا
جـ) ٢٥ قدمًا
ب) ١٥ قدمًا
د) ٢٧ قدمًا

١٥ **تدريب:** استعدادًا لسباق الدراجات، يقطع سعد بدراجته المسافة نفسها يومَي الثلاثاء والخميس، ويقطع مسافة ٢٠ كيلومترًا يوم السبت، وعليه يكون مجموع المسافة التي يقطعها في الأيام الثلاثة ٥٠ كيلومترًا. حل المعادلة ٢ م + ٢٠ = ٥٠؛ لإيجاد المسافة التي يقطعها سعد في كل من يومَي الثلاثاء والخميس. (الدرس ٧ - ٢)

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة، ثم حُلَّها: (الدرس ٧ - ٣)

١٦ يزيد العدد ٩ على ناتج قسمه عدد على ٣ بمقدار ١٤

١٧ ناتج قسمة عدد ما على (-٧) مطروحًا منه ٤ يساوي (-١١)

١٨ الفرق بين ١٠ وثلاثة أمثال عددٍ ما يساوي ١٧

١٩ **اتصالات:** تتقاضَى شركة اتصالات ٤٥ ريالًا رسومًا شهريةً، كما تتقاضَى ٠,١٥ ريال عن كل دقيقة أو جزءٍ منها يتحدثها المتصل. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عددِ الدقائق التي تحدَّثها متصل كانت فاتورته الشهرية ١١٢,٥ ريالًا. (الدرس ٧ - ٣)

حُلّ كلَّ معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٧ - ٤)

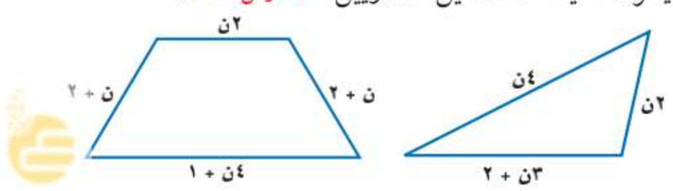
٢٠ ٣ س + ٧ = ٢ س

٢١ ٧ ب - ٦ = ٤ ب

٢٢ ٣ ص - ٥ = ٥ ص + ٧

٢٣ ٤ م + ٧ = -٣ م + ٤٩

٢٤ **قياس:** اكتب معادلة وحلها لإيجاد قيمة س، بحيث يكون محيطا المضلعين متساويين. (الدرس ٧ - ٤)

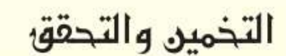



رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

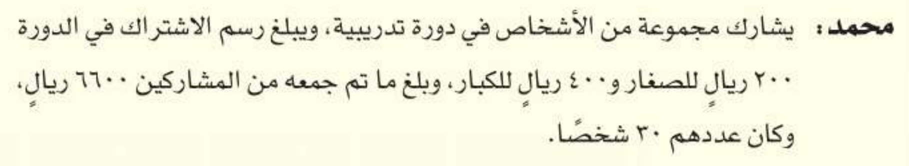


٧-٥ استراتيجية حلِّ المسألة

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية "التخمين والتحقق"



التخمين والتحقق



محمد: يشارك مجموعة من الأشخاص في دورة تدريبية، ويبلغ رسم الاشتراك في الدورة ٢٠٠ ريالٍ للصغار و٤٠٠ ريالٍ للكبار، وبلغ ما تم جمعه من المشاركين ٦٦٠٠ ريالٍ، وكان عددهم ٣٠ شخصًا.

مهمتك: خمّن وتحقق لإيجاد عدد كل من الصغار والكبار المشاركين في الدورة.

افْهَم يدفع الصغير ٢٠٠ ريالٍ، ويدفع الكبير ٤٠٠ ريالٍ. والعدد الكلي ٣٠ شخصًا.

خَطِّط خمنْ، ثم تحقق من صحة تخمينك.

حُلّ ابحث عن الحالة التي يكون فيها المجموع ٦٦٠٠ ريالٍ. يشير ص في القائمة إلى عدد الصغار، و ك إلى عدد الكبار.

ص	ك	٢٠٠ ص + ٤٠٠ ك	التحقق
٢٦	٤	٢٠٠(٢٦) + ٤٠٠(٤) = ٦٨٠٠	مرتفع
٢٩	١	٢٠٠(٢٩) + ٤٠٠(١) = ٦٢٠٠	منخفض
٢٨	٢	٢٠٠(٢٨) + ٤٠٠(٢) = ٦٤٠٠	منخفض
٢٧	٣	٢٠٠(٢٧) + ٤٠٠(٣) = ٦٦٠٠	صحيح

إذن، هنالك ٢٧ صغيرًا و٣ كبار يشاركون في الدورة.

تحقَّق مجموع ٢٧ وَ ٣ يساوي ٣٠، وبما أن: ٢٠٠(٢٧) + ٤٠٠(٣) = ٦٦٠٠، فالتخمين صحيح. ✓

حلِّل الاستراتيجية

١ في المسألة أعلاه، المبلغ المجموع من ٢٣ صغيرًا و ٥ كبار يساوي أيضًا ٦٦٠٠ ريالًا. وضّح لماذا لا يكون هذا هو الجواب الصحيح؟

٢ **اكتب** مسألة يمكنك حلها بالتخمين والتحقق، ثم اكتب الخطوات المطلوبة لإيجاد الحل.



مسـائل متنوعـة

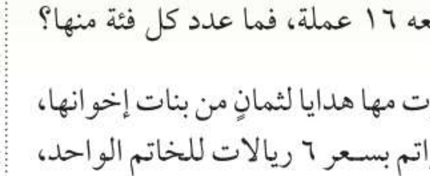
استعمل استراتيجية "التخمين والتحقق" لحل المسائل ٣-٥:

٣ نظرية الأعداد: ناتج مربع عدد يساوي ٥٧٦، فما العدد؟

٤ عملة: مع حمد مبلغ ٢٢,٥ ريالًا مكونًا من الفئات الآتية: $\frac{١}{٢}$ ريال، ريال، ١٠ ريالات. فإذا كان عدد العملات التي معه ١٦ عملة، فما عدد كل فئة منها؟

٥ تسوّق: اشترت مها هدايا لثمانٍ من بنات إخوانها، فإذا اشترت خواتم بسعر ٦ ريالات للخاتم الواحد، ودمى بسعر ٧ ريالات للدمية الواحدة، وأنفقت ٥٣ ريالًا، فما عدد الهدايا التي اشترتها من كل نوع؟

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١٣:



٦ قياس: إذا كان طول المستطيل المرسوم (ل) أطول من عرضه (ض)، فاكتب قائمة الاحتمالات الممكنة لبعدي المستطيل بالأعداد الصحيحة، علمًا بأن مساحته تساوي ٣٦ وحدة مربعة. وعيّن بُعدي المستطيل الذي له أكبر محيط.

م = ٣٦ وحدة مربعة
ض
ل

٧ أعداد: ثلاثة أعداد مجموعها ٢٣، والعدد الأكبر منها يزيد على الأصغر بمقدار ٩

٨ صحيفة: تبيِّن القائمة المجاورة عدد أحرف أول ٢٠ كلمة في مقالة مكتوبة في إحدى الصحف اليومية. فأيّ عدد الأحرف أكثر تكرارًا؟

الصحيفة اليومية

٣	٥	٧	٤
٤	٧	٦	٤
٥	٥	٣	٦
٨	٤	٥	٥
٦	٥	٧	٧

٩ أقراص مرنة: يريد سعد وضع ٢٠ قرصًا مرنًا في صندوق واحد. اكتب احتمالين لأبعاد الصندوق الذي يتسع لهذه الأقراص بلا فراغات.

٥ بوصات
٤ بوصات
١ بوصة

١٠ مجموع أعمار ثلاثة أشخاص ١٠٨ سنوات، إذا كان عمر أكبرهم يزيد ٨ سنوات على عمر الأصغر، فما أعمار هؤلاء الأشخاص؟

تحليل جداول: استعمل المعلومات الآتية لحل المسألتين ١١، ١٢:

شارك ١١٥ طالبًا في إحدى المدارس في دورات تدريبية مهنية؛ حيث شارك ٧٠ طالبًا في دورة تمريض، و٣٧ طالبًا في دورة مهارات التفكير، و٦٣ طالبًا في دورة الإلكترونيات، وشارك بعضهم في أكثر من دورة كما في الجدول الآتي:

الدورة	عدد الطلاب
جميع الدورات	١٥
التمريض والتفكير	٢٠
الإلكترونيات والتمريض	٣٠
التفكير فقط	١٢

١١ فما عدد الطلاب الذين شاركوا في دورة الإلكترونيات فقط؟

١٢ ما عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في دورة التمريض؟

١٣ الحسُّ العدديُّ: أوجد ناتج ضرب ما يأتي:

$١ - \frac{١}{٢}$، $١ - \frac{١}{٢}$، $١ - \frac{١}{٣}$، $١ - \frac{١}{٤}$، ...،

$١ - \frac{١}{٤٨}$، $١ - \frac{١}{٤٩}$، $١ - \frac{١}{٥٠}$.





٧-٦ المتباينات





فكرة الدرس:
أكتب المتباينات وأمثلها.

المفردات
المتباينة

استعد

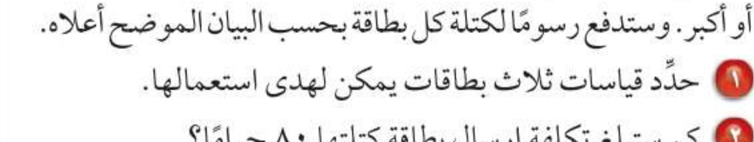


خدمات البريد

الكتلة القصوى (جم)	السعر بالريال
٣٠	١,٥
٦٠	٢,٢٥
٩٠	٢,٧٥
١٢٠	٣,٢٠
١٥٠	٣,٥٠

بطاقات مربعة (بوصة)
٥ × ٥
٨ × ٨
١٢ × ١٢

خدمة البريد: ترغب هدى في إرسال بطاقات دعوة مربعة الشكل بالبريد، على أن تكون قياسات البطاقة ٥ بوصات × ٥ بوصات أو أكبر. وستدفع رسومًا لكتلة كل بطاقة بحسب البيان الموضح أعلاه.



١) حدِّد قياسات ثلاث بطاقات يمكن لهدى استعمالها.

٢) كم ستبلغ تكلفة إرسال بطاقة كتلتها ٨٠ جرامًا؟

تُسمى الجملة الرياضية التي تشتمل على أحد الرمزين: أكبر من (>)، أو أصغر من (<) **متباينة**. وعند استعمالها للمقارنة بين متغير وعدد، فإنها تصف مدىً من القيم.

مثالان: كتابة متباينات باستعمال > أو <

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

١) **أمتعة:** يجب أن تقل كتلة حقيبة السفر عن ١٨ كيلو جرامًا.

ليكن و = كتلة الحقيبة.

و < ١٨

٢) **عُمر:** يجب أن يكون عمرك أكبر من ١٢ سنة حتى تشارك في اللعب.

ليكن ع = عمر الفرد.

ع > ١٢

تحقق من فهمك: اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

أ) **قيادة:** يجب أن يكون عمرك أكبر من ١٨ سنة حتى تقود السيارة.

ب) **رياضة:** يجب أن يكون عمر اللاعب في فريق الناشئين أصغر من ١٧ سنة.

يستعمل الرمزان ≤ وَ ≥ ليجمعا بين الإشارتين > و < مع إشارة المساواة = .

مثالان: كتابة متباينات باستعمال ≤ أو ≥

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

٣) **الألعاب:** يجب ألا يقل طولك عن ١٢٠ سم لتمارس هذه اللعبة.

ليكن ط = طول الفرد.

ط ≥ ١٢٠

٤) **الطعام:** يجب أن يكون عمرك ١٢ سنة أو أقل لتطلب من قائمة الأطفال.

ليكن س = عمر الفرد.

س ≤ ١٢

تحقق من فهمك:

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

جـ) **الهوية:** يجب أن يكون عمرك ١٥ سنة أو أكبر حتى يحق لك إصدار الهوية الوطنية.

د) **سفر:** يتسع خزان الوقود لـ ٦٠ لترًا على الأكثر.

التعبير اللفظي	• أصغر من • أقل من	• أكبر من • أكثر من	• أصغر من أو يساوي • أقل من أو يساوي • على الأكثر	• أكبر من أو يساوي • أكثر من أو يساوي • على الأقل
الرموز	<	>	≤	≥

المتباينات التي تشتمل على متغيرات هي جمل مفتوحة، وعند كتابة عدد ما مكان المتغير، فإنها تكون إما صحيحة وإما خاطئة.

مثالان: التحقق من صحة متباينة

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة عند القيمة المعطاة:

٥) أ + ٢ > ٨ ، أ = ٥

أ + ٢ > ٨ — اكتب المتباينة

٥ + ٢ >? ٨ — عوّض عن أ بـ ٥

٧ ≯ ٨ — بسّط

بما أن ٧ ليست أكبر من ٨، فإن ٧ > ٨ خاطئة.

٦) ١٠ ≤ ٧ − س ، س = −٣

١٠ ≤ ٧ − س — اكتب المتباينة

١٠ ≤? ٧ − (−٣) — عوض عن س بـ(−٣)

١٠ ≤ ١٠ — بسّط

بما أن ١٠ < ١٠ خاطئة، ١٠ = ١٠ صحيحة، فإن ١٠ ≤ ١٠ صحيحة.

إرشادات للدراسة

رموز

تقرأ العبارة ٧ ≯ ٨ : ٧ ليست أكبر من ٨.

تحقق من فهمك:

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة.

هـ) ن − ٦ > ١٥، ن = ١٨ **و)** −٣ب ≥ ٢٤، ب = ٨ **ز)** −٢ > ٥ص − ٧، ص = ١

يمكن تمثيل المتباينات على خط الأعداد، ولأنه يصعب إظهار جميع القيم التي تجعل المتباينة صحيحة، يتم وضع دائرة مفتوحة أو مغلقة للدلالة على بداية القيم، ثم سهم إلى اليمين أو اليسار لإظهار الاتجاه.

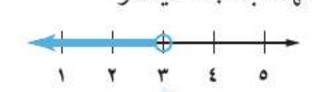
مثالان: تمثيل المتباينات بيانيًا



مثّل بيانيًّا كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

٧) ن < ٣

ضع دائرة مفتوحة على العدد ٣، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليسار.



الدائرة المفتوحة تعني أن العدد ٣ ليس ضمن الحل.

٨) ن ≥ ٣

ضع دائرة مغلقة على العدد ٣، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.



الدائرة المغلقة تعني أن العدد ٣ ضمن الحل.

تحقق من فهمك:

مثّل بيانيًّا كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

ح) س < ٢ **ط)** س > ١ **ي)** س ≤ ٥ **ك)** س ≥ −٤



تأكَّد

الأمثلة ١-٤

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

١) **قيادة السيارات:** يجب أن لاتتجاوز سرعة سيارتك ١٢٠ كلم/ ساعة.

٢) **ألعاب:** يعرض محلٌّ لعبة إلكترونية للذين تزيد أعمارهم على ٦ سنوات.

المثالان ٥، ٦

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة:

٣) س − ١١ > ٩، س = ٢٠ ٤) ٤٢ ≥ ٦أ، أ = ٨ ٥) ن/٣ + ١ ≤ ٦، ن = ١٥

المثالان ٧، ٨

مثّل بيانيًّا كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

٦) ن > ٤ ٧) ب ≤ ٢ ٨) س ≥ ٠ ٩) أ < ٧

تدرَّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٠-١٢	١-٤
١٣-١٨	٥، ٦
١٩-٢٢	٧، ٨

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

١٠) **عطور:** لا تزيد تكلفة بعض أنواع العطور على ٥٠ ريالًا.

١١) **تسوّق:** يجب أن تتجاوز مشترياتك ١٠٠ ريال لتحصل على خصم.

١٢) **تبرَّع:** يمكنك التبرع بالدم إذا كان خُضاب الدم لديك ١٢ وحدة على الأقل.



الربط بالحياة:

يعتبر خضاب الدم (الهيموجلوبين) المكوِّن الأساسي في خلايا الدم الحمراء حيث يعمل على نقل الأكسجين من الرئتين إلى جميع أنسجة الجسم المختلفة.

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة:

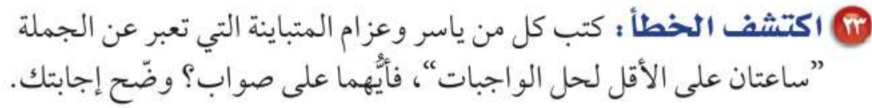
١٣) ١٢ + أ > ٢٠، أ = ٩ ١٤) ١٥ − ك < ٦، ك = ٨ ١٥) −٣ص > ٢١، ص = ٨

١٦) ٣٢ ≤ ٢س، س = ١٦ ١٧) ن/٤ ≥ ٥، ن = ١٢ ١٨) −١٨/س > ٩، س = −٢

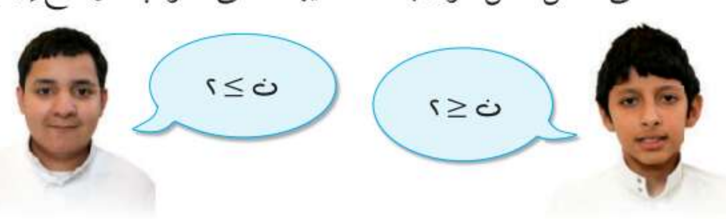
مثّل بيانيًّا كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

١٩) س > ٦ ٢٠) ص < ٨ ٢١) ب ≥ ٧ ٢٢) ١ ≤ ن

مسائل مهارات التفكير العليا



٢٣) **اكتشف الخطأ:** كتب كل من ياسر وعزام المتباينة التي تعبر عن الجملة "ساعتان على الأقل لحل الواجبات"، فأيُّهما على صواب؟ وضّح إجابتك.



٢٤) **تحدٍّ:** إذا كانت: س = ٣، فهل المتباينة الآتية صائبة أم خاطئة؟ برّر إجابتك.

١٠٨/١٢ + س ≥ ١٥ − ٤س + ٩

٢٥) **اكتب** إذا كانت أ > ب، ب > جـ، ما العلاقة الصحيحة بين أ وَ جـ؟ وضّح ذلك، وأعطِ أمثلة تستخدم كلاًّ من القيم الموجبة والسالبة لِـ أ، ب، جـ.

تدريب على اختبار

٢٦ لا يستطيع حمزة السباحة في البركة أكثر من ٤ ساعات هذا اليوم، أيُّ التمثيلات البيانية الآتية تمثل الزمن الذي يمكن أن يقضيه حمزة في البركة؟

أ) ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

ب) ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

جـ) ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

د) ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

٢٧ أيُّ المتباينات الآتية تعبّر عن الجملة: "للاشتراك يشترط ألَّا يقل عمر العضو عن ١٨ سنة"؟

أ) $١٨ < ع$

ب) $١٨ \leq ع$

جـ) $١٨ > ع$

د) $١٨ \geq ع$

مراجعة تراكمية

٢٨ **عمرة:** سافر ١٦ صديقًا في رحلة عمرة إلى مكة المكرمة، ثم توجَّهوا إلى الفندق، فوجدوا به نوعين من الغرف: غرف سعتها ٣ أسِرَّة، وغرف سعتها ٥ أسِرَّة، فكم غرفة بالضبط تكفيهم لاستئجارها؟ (الدرس ٧ – ٥)

٢٩ **سيارات:** يقدِّم أحد معارض تأجير السيارات عرضين للمستأجرين؛ الأول: ٦٠ ريالًا يوميًّا، إضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة، والثاني: ٤٥ ريالًا إضافة إلى ٠,٤٥ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة. اكتب معادلة وحلّها لإيجاد عند كم كيلومترًا ستكون التكلفة نفسها بكلا العرضين. (الدرس ٧ – ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

٣٠ ص + ١٥ = ٣١

٣١ ن + ٤ = −٧

٣٢ أ − ٨ = ٢٥

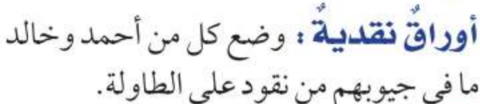
٣٣ −١٢ = س − ٣





٧-٧ حل المتباينات





فكرة الدرس:
أحل متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة.

استعد

أوراقٌ نقديةٌ : وضع كل من أحمد وخالد ما في جيوبهم من نقود على الطاولة.

الاسم	العملات النقدية
أحمد	٥٠ ريالًا (ورقة)، ١٠ ريالات (ورقتان)، ريال (٤ قطع)
خالد	١٠ ريالات (٥ أوراق)، ريال (قطعتان)

١ اكتب متباينة تقارن بين نقود أحمد وخالد.
٢ إذا حصل كل منهما على ١٠ ريالات إضافية، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.
٣ إذا اشترى كل منهما بقيمة ريالين ، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.
٤ إذا تبرَّع كل منهما بنصف ما لديه، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.
٥ إذا تضاعف ما لديهما ثلاث مرات، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

تبيِّن الأمثلة أعلاه خصائص المتباينة، وهذه الخصائص صحيحة عندما أ ≤ ب، أ ≥ ب.

خصائص المتباينة (الجمع والطرح) — مفهومٌ أساسيٌ

التعبير اللفظي: عند جمع (أو طرح) العدد نفسه لطرفي متباينة، فإنها تبقى صحيحة .

الرموز: لأيِّ ثلاثة أعداد أ ، ب ، جـ:
- إذا كان أ > ب، فإن أ + جـ > ب + جـ ، أ − جـ > ب − جـ
- إذا كان أ < ب، فإن أ + جـ < ب + جـ ، أ − جـ < ب − جـ

الأمثلة :

٢ < −٣	٣ > ٨
٢ + ٥ < −٣ + ٥	٣ − ٤ > ٨ − ٤
٧ < ٢ ✓	−١ > ٤ ✓

يُقصد بحل المتباينة إيجاد قيم المتغير التي تجعل المتباينة صحيحة.

مثال الآن — حلّ المتباينات بالجمع والطرح

حُلَّ المتباينتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل.

١ ن − ٨ < ١٥

ن − ٨ < ١٥ — اكتب المتباينة
ن − ٨ + ٨ < ١٥ + ٨ — أضف ٨ للطرفين
ن < ٢٣ — بسّط

إذن الحل هو : ن < ٢٣

تحقق: عوِّض عن ن في المتباينة الأصلية بـ ٢٢، أو أي عدد أصغر منه.

إرشادات للدراسة
التحقق من صحة الحل
يمكنك التحقق من صحة الحل في المثال ١ بتعويض أعداد أصغر من ٢٣ في المتباينة والتحقق من صحة الناتج .



٢ $-٤ \leq ل + ٧$

$-٤ \leq ل + ٧$ اكتب المتباينة

$-٤ - ٧ \leq ل + ٧ - ٧$ اطرح ٧ من الطرفين

$-١١ \leq ل$ بسّط

إذن الحل هو : $ل \geq -١١$

تحقق: عوِّض عن ل في المتباينة الأصلية بـ -١١، ثم بعدد أصغر منه.

✓ تحقق من فهمك:

حُلَّ المتباينات الآتية، ثم تحقق من صحة الحل.

أ) $ت + ٣ < ١٢$ **ب)** $ن + \frac{١}{٢} \leq ٤$ **جـ)** $ص - ٥ , ١ > ٢$

خصائص المتباينة (الضرب والقسمة) — مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: عند ضرب (أو قسمة) طرفي متباينة في عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.

الرموز: لأيِّ ثلاثة أعداد أ، ب ، جـ، حيث جـ > ٠ :

- إذا كان أ > ب ، فإن أ جـ > ب جـ ، $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$
- إذا كان أ < ب، فإن أ جـ < ب جـ، $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$

الأمثلة:

$٥ > ٨$	$٢ < -١٠$
$٤(٥) > ٤(٨)$	$\frac{٢}{٢} < -\frac{١٠}{٢}$
$٢٠ > ٣٢$ ✓	$١ < -٥$ ✓

مثالان — حلّ المتباينات بالقسمة والضرب

حُلَّ المتباينات الآتية، ومثّل الحل بيانيًّا:

٣ $٧ي > -٤٢$



$٧ي > -٤٢$ اكتب المتباينة

$\frac{٧ي}{٧} > -\frac{٤٢}{٧}$ اقسم الطرفين على ٧

$ي > -٦$ بسّط

إذن الحل هو : $ي > -٦$



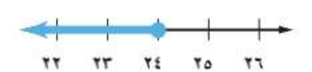
٤) $\frac{1}{3}$س ≥ ٨

$\frac{1}{3}$ س ≥ ٨ اكتب المتباينة

٣ ($\frac{1}{3}$ س) ≥ ٣ (٨) اضرب الطرفين في ٣

س ≥ ٢٤ بسّط

إذن، الحل هو س ≥ ٢٤



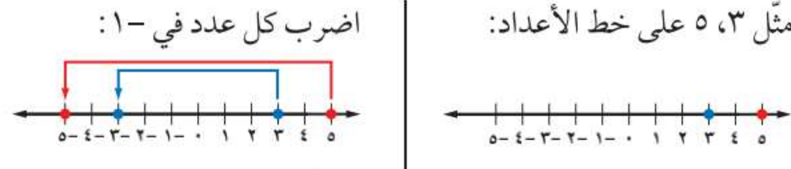
تحقق من فهمك:

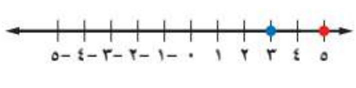
حُلَّ المتباينات الآتية، ومثّل الحل بيانيًّا:

د) ٣أ ≤ ٤٥ هـ) $\frac{ن}{٤}$ > -١٦ و) ٨١ ≥ ٩ب

ماذا يحدث للمتباينة إذا ضُرب طرفاها أو قُسما على عدد سالب؟

مثّل ٣، ٥ على خط الأعداد: اضرب كل عدد في -١:





بما أن ٣ إلى يسار ٥، فإن ٣ < ٥

بما أن -٣ إلى يمين -٥، فإن -٣ > -٥

لاحظ أن الأعداد التي تم مقارنتها قد تغيَّرت مواقعها بعد ضربها في عدد سالب؛ أي أن ترتيبها قد انعكس. وتبيِّن هذه الأمثلة الخصائص الآتية للمتباينة، وهي صحيحة عندما أ≤ب، أ≥ب:

خصائص المتباينة (الضرب والقسمة) — مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: عند ضرب (أو قسمة) طرفي متباينة في عدد سالب، فإن إشارة المتباينة تتغيَّر حتى تبقى صحيحة.

الرموز: لأيِّ ثلاثة أعداد أ، ب، جـ، حيث جـ < ٠:

- إذا كان أ > ب، فإن أ جـ < ب جـ، $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$
- إذا كان أ < ب، فإن أ جـ > ب جـ، $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$

الأمثلة:

٨ > ٥	-٣ < ٩
-١(٨) < -١(٥) اعكس إشارة المتباينة	$\frac{-٣}{-٣} > \frac{٩}{-٣}$
-٨ < -٥ ✓	١ > -٣ ✓

إرشادات للدراسة

خطأ شائع

لا تعكس إشارة المتباينة لأنها تشتمل على إشارة سالب مثل ٧س < -٤٢، بل اعكسها فقط عند ضرب المتباينة أو قسمتها على عدد سالب.

مثالان — الضرب أو القسمة على أعداد سالبة

حُلَّ المتباينتين الآتيتين، ومثِّل الحل بيانيًّا:

٥ $\frac{أ}{-٢} \geq ٨$

$\frac{أ}{-٢} \geq ٨$ اكتب المتباينة.

$-٢(\frac{أ}{-٢}) \leq -٢(٨)$ اضرب في (−٢)، واعكس إشارة المتباينة.

$أ \leq -١٦$ تحقق .

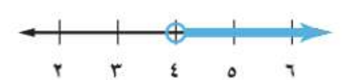
−١٨ −١٧ −١٦ −١٥ −١٤

٦ $-٢٤ > -٦ن$

$-٢٤ > -٦ن$ اكتب المتباينة.

$\frac{-٢٤}{-٦} < \frac{-٦ن}{-٦}$ اقسم على (−٦)، واعكس إشارة المتباينة.

$٤ < ن$ تحقق .



تحقق من فهمك:

حُلَّ المتباينات الآتية، ومثِّل الحل بيانيًّا:

ز) $\frac{جـ}{-٧} < -١٤$ ح) $-٥د \geq ٣٠$ ط) $-٣ \leq \frac{و}{-٨}$

تأكَّد

حُلَّ كلَّ متباينة، ومثّل الحل بيانيًّا، ثم تحقق من صحة الحل:

المثالان ١، ٢

١) $ب + ٥ > ٩$ ٢) $١٢ + ن \leq ٤$

المثالان ٣، ٤

٣) $س - ٤ < ١٠$ ٤) $٣س > ١٢$

٥) $\frac{٣}{٤} < \frac{٧}{٩}ص$ ٦) $\frac{هـ}{٤} \geq -٦$

المثالان ٥، ٦

٧) $-٤ص > ٣٢$ ٨) $-٥٦ \leq -٧جـ$

٩) $\frac{هـ}{-٢} < -٧$

تـدرَّب وحلَّ المسائل



للأسئلة	انظر الأمثلة
١١ – ١٦	١، ٢
١٧ – ٢١	٣، ٤
٢٢ – ٢٨	٥، ٦

حُلَّ كلَّ متباينة، ومثّل الحل بيانيًّا، ثم تحقق من صحة الحل:

١٠) $٥ + س \leq ١٨$ ١١) $١٠ + ن \geq -٢$

١٢) $هـ + ٠,٨ \leq -٠,٥$ ١٣) $أ - ٣ \leq ٥$

١٤) $ب - ٨,٤ > -٦$ ١٥) $د - \frac{٢}{٣} \leq \frac{١}{٢}$



⑯ ٥س < ١٥ ⑰ ٩ن ≥ ٤٥

⑱ ١٤ك ≤ -٨٤ ⑲ -١٢ < ٣جـ

⑳ -١٠٠ ≥ ٥٠ب ㉑ ٢ص < -٢٢

㉒ -٤و ≤ ٢٠ ㉓ -٣ر < ٩

㉔ -٧٢ < -١٢هـ ㉕ $\frac{ف}{-٤}$ < ٤

㉖ $\frac{م}{-٢}$ < -٧ ㉗ $\frac{-١}{٢}$ك < -١٠

اكتب متباينة لكل مما يأتي وحلّها:

㉘ أكبر من عدد ما بخمسة يساوي على الأقل ١٣

㉙ الفرق بين عدد ما والعدد ١١، أصغر من ٨

㉚ ناتج قسمة عدد ما على – ٥، وإضافة أربعة إليه يساوي ٧ على الأكثر.

㉛ ناتج قسمة عدد ما على ٣، وطرح اثنين منه يساوي – ١٢ على الأقل.



㉜ **كرة سلة:** عماد عمره ١٥ سنة، ويفكّر في الانضمام إلى فريق كرة السلة الممتاز. اكتب متباينة وحلّها لتحديد بعد كم سنة يمكنه الانضمام إلى الفريق.

㉝ **عمل:** يتقاضى سالم ٦٢,٥ ريالًا عن كل ساعة عمل، ويرغب في ادّخار مبلغ يكفي لشراء طاولة ثمنها ٥٠٠ ريالٍ. اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد الساعات التي يجب عليه أن يعملها حتى يتمكن من شراء الطاولة.

مسائل
مهارات التفكير العليا

تحدٍّ: بيّن ما إذا كانت كل معادلة أو متباينة فيما يأتي لها حل واحد، أو أكثر، أو ليس لها حل:

㉞ ص – ص = ٠ ㉟ س + ٤ = ٩ ㊱ س + ٤ < ٩ ㊲ ص < ص + ١

㊳ **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينتين مختلفتين، على أن يكون حل كل منهما س < ٩، بحيث تُحلّ إحداهما باستعمال خصائص الجمع، وتُحل الأخرى باستعمال خصائص الطرح.

㊴ **اكتشف الخطأ:** حلّت كلٌّ من أسماء وسميّة المتباينة أدناه، فأيُّهما على صواب؟ اشرح.

أسماء	سميّة
٧س ≥ -٤٩	٧س ≥ -٤٩
$\frac{٧س}{٧} \le \frac{-٤٩}{٧}$	$\frac{٧س}{٧} \ge \frac{-٤٩}{٧}$
س ≤ -٧	س ≥ -٧

㊵ **اكتب** مسألة لفظية يكون حلها: ص < ٢٠٠

تدريب على اختبار

٤١ **إجابة قصيرة:** مع أسامة ١٨٠ ريالًا، إذا اشترى قميصًا رياضيًّا بـ ٥٥ ريالًا، فاكتب متباينة تمثل كم بقي مع أسامة من النقود يمكنه صرفها في شراء باقي الملابس الرياضية.

٤٢ إذا كانت س + ٤ > ٣١، فإن س يمكن أن تكون أيًّا من القيم الآتية:

أ) ٤٥ | جـ) ١٧

ب) ١٨ | د) ١٦

مراجعة تراكمية

اكتب متباينةً لكل جملة مما يأتي: (الدرس ٧ - ٦)

٤٣ **سرعة:** قد تصل سرعة الفهد إلى ١٤٠ كيلومترًا في الساعة.

٤٤ **خبرة:** مطلوب موظف استقبال بخبرة لا تقل عن ثلاث سنوات.

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة عند القيمة المعطاة: (الدرس ٧ - ٦)

٤٥ ١٨-ن > ٤، ن = ١١

٤٦ ١٣+ س > ٢١، س = ٨

٤٧ ٣٤>٥ك، ك = ٧

٤٨ **قياس:** رُتِّبت ثلاثة صناديق متشابهة أحدها فوق الآخر، إذا كانت أبعاد كل صندوق منها هو: ١٢بوصةً × ١٠ بوصاتٍ × ١٣بوصةً، فما حجم المجسَّم الناتج؟ (الدرس ٦ - ٤)

٤٩ **تذاكر:** إذا كان ثمن التذكرة للعب أي لعبة في مدينة ألعاب هو ٦ ريالاتٍ، و٣ ريالاتٍ للأعضاء الذين يدفعون اشتراكًا قدره ٣٠ ريالًا شهريًّا، فاكتب معادلة وحلها؛ لإيجاد كم تذكرة للأعضاء المشتركين يجب شراؤها، بحيث يكون ثمنها مساويًا ثمن العدد نفسه من التذاكر العادية.





اختبار الفصل

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل مقدار مما يأتي:

١) −٧(س − ١٠)   ٢) ٨(٢ص + ٥)

بسّط كل مقدار مما يأتي:

٣) ٩أ − أ + ١٥ − ١٠أ − ٦

٤) ٢س + ١٧س

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٥) ٣ن + ١٨ = ٦   ٦) $\frac{ك}{٢}$ − ١١ = ٥

٧) −٢٣ = ٣ب + ٥ + ب   ٨) ٤س − ٦ = ٥س

٩) −٣أ − ٢ = ٢أ + ٣   ١٠) −٢ص + ٥ = ص − ١

١١) **تزلّج:** يتقاضى مركز للتزلج ٦ ريالات عن كل مرة دخول، ويبلغ الاشتراك للأعضاء ٢٤ ريالًا تُدفع مرة واحدة، بالإضافة إلى ريالين عن كل مرة دخول. اكتب معادلة، وحلها لإيجاد عدد المرات التي يمكنك الدخول فيها، على أن تكون التكلفة متساوية سواء بصورة فردية أو باشتراك عضوية؟

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

١٢) يزيد على مثليْ عدد بمقدار ثلاثة ويساوي ١٥

١٣) ناتج قسمة عدد على ٦، وإضافة ٣ إليه يساوي ١١

١٤) ناتج ضرب عدد في ٥، وطرح ٧ منه يساوي ١٨

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

١٥) س + ٥ = ٤س + ٢٦

١٦) ٣د = ١٨ − ٣د

١٧) −٢ص + ١٥ = ٤٥ − ٨ص

١٨) **اختيار من متعدد:** في المتباينة:
٣س + ٥٠٠٠ ريال ≥ ٨٠٠٠٠ ريال، تشير س إلى أجرة أحد العاملين، فأيُّ الجمل الآتية أكثر ملاءمة لوصف أجرة العامل؟

أ) أقل من ٢٥٠٠٠ ريالٍ

ب) أكبر من ٢٥٠٠٠ ريالٍ

جـ) ٢٥٠٠٠ ريالٍ على الأقل

د) ٢٥٠٠٠ ريالٍ على الأكثر

للسؤالين ١٩، ٢٠ اكتب متباينة، ومثِّلها بيانيًّا على خط الأعداد.

١٩) **حواسيب:** يتسع قرص مدمج إلى ٤,٧ جيجابايت من البيانات على الأكثر.

٢٠) **ألعاب:** يجب أن تحصل على عدد من النقاط يزيد على ٥٥٤٠٠ نقطة، حتى تحطم الرقم السابق.

حُلَّ كلَّ متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٢١) −٤ > $\frac{جـ}{٩}$

٢٢) −٢هـ + ١٥ > ٤٥

٢٣) **اختيار من متعدد:** يبلغ محيط المستطيل المرسوم ٤٤ سنتمترًا، فما مساحة المستطيل؟

(س + ٧) سم
٤س سم

أ) ٢٢ سم²   جـ) ٣٩٢ سم²

ب) ١٢٠ سم²   د) ٤٤٠ سم²



الفصل ٧

الاختبار التراكمي (٧)

القسم ١ اختيار من متعدد

اختر الاجابة الصحيحة

١ ما الخاصية المُستعملة في العبارة الآتية:
٥(س - ٢) = ٥س - ١٠؟

أ) خاصية التجميع على الجمع
ب) خاصية الإبدال على الجمع
جـ) خاصية التوزيع
د) خاصية الانعكاس

٢ يعبئ مزارع الطماطم في صناديق، كتلة كل صندوق ٤ , ٠ كجم، ومعدّل كتلة حبة الطماطم الواحدة ٢ , ٠ كجم، وكتلة الصندوق الكلية وهو مملوء بالطماطم ١٠ كجم، ما عدد الحبات التي يمكن وضعها في الصندوق الواحد؟

أ) ٥٠ جـ) ٢٥
ب) ٤٨ د) ١٦,٧

٣ المعادلة التي تمثّل الجملة: "أقل من أربعة أمثال عدد ما بمقدار ٩ يساوي -١٢" هي:

أ) ٤ ن - ٩ = -١٢
ب) ٩ - ٤ ن = -١٢
جـ) ٤ ن - (-١٢) = ٩
د) ٩ - ٤ ن = ٤ ن

٤ ما المتباينة التي يمثّلها الشكل أدناه؟



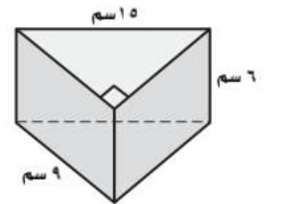
أ) س < -١
ب) س ≥ -١
جـ) س > -١
د) س ≤ -١

٥ ما قيمة س الممكنة، إذا كانت مساحة شبه المنحرف في الشكل أدناه أقل من ٢٥٦ قدمًا مربعةً؟



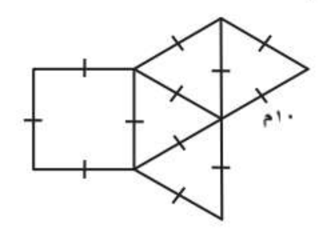
أ) ١٤
ب) ١٥
جـ) ١٦
د) ١٧

٦ ما حجم المنشور المجاور؟



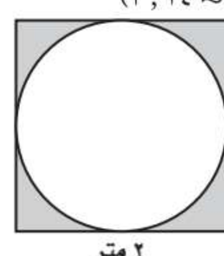
أ) ٨١٠ سم^{٣}
ب) ٤٠٥ سم^{٣}
جـ) ٦٤٨ سم^{٣}
د) ٣٢٤ سم^{٣}

٧ يمثّل الشكل أدناه مخططًا لهرم منتظم، فما مساحة الهرم الكلية؟



أ) ١٢٠ م^{٢} جـ) ٢٧٣ م^{٢}
ب) ٢٠٠ م^{٢} د) ٤٣٣ م^{٢}

٨ لوح خشبي مربع الشكل طول ضلعه متران، إذا قصَّ نجار دائرةً منه كما هو مبيَّن في الشكل أدناه، فما مساحة الجزء المتبقي؟
(إرشاد: مساحة الدائرة: ط نق^{٢}، ط ≈ ٣,١٤)



أ) ٨,٥٦
ب) ٠,٨٦
جـ) ٢,٢٨
د) ٣,١٤



٩ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات)، طوله ٥ ,٧ سم، وعرضه ٤ ,١ سم، وحجمه ٤ ,٨٦ سم^{٣}، فما ارتفاعه؟
(قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة)

أ) ١ ,٠ ‏‏ ‏ ‏ جـ) ٩ ,٤٦٢

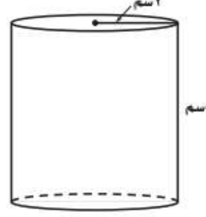
ب) ٢ ,٨ ‏ ‏ ‏ ‏ د) ٢ ,٩٠٧

١٠ أيّ العبارات الآتية يكافئ ٢ أ ب + ٤ أ جـ؟

أ) ٦ أ ب جـ ‏ ‏ ‏ ‏ جـ) ٢ أ (ب + جـ)

ب) أ ب + أ جـ ‏ ‏ ‏ ‏ د) ٢ أ (ب + ٢ جـ)

١١ ما مساحة المُلصق الورقي اللازم لتغطية السطح الجانبي للأسطوانة الموضحة إلى أقرب سنتمتر مربع؟



أ) ٣١ سم^{٢}

ب) ٦٣ سم^{٢}

جـ) ٦٢ سم^{٢}

د) ٧٢ سم^{٢}

١٢ حل المعادلة: −٥ س − ٤ = −٣٤ هو:

أ) −٧ ‏ ‏ ‏ ‏ جـ) ٦

ب) −٦ ‏ ‏ ‏ ‏ د) ٧

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

١٣ إذا علمت أن جميع الزوايا في الشكل أدناه قوائم، فما مساحته بالوحدات المربعة؟

١٤ دخل خمسة أشخاص إلى مصعد حمولته القصوى ٥٠٠ كجم، إذا تساوت كتلتَي شخصين منهم، وكانت كتل الأشخاص الثلاثة الآخرين هي: ٨٢ كجم، ٩٦ كجم، ١١٠ كجم، فاكتب متباينة وحلّها لإيجاد الكتلة الممكنة لكلٍّ من الشخصين.

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٥ يرغب كلٌّ من إبراهيم ومحمد في المشاركة في رحلة، فإذا كان لدى إبراهيم ١٠ ريالات ويدّخر ٧ ريالات أسبوعيًا من مصروفه، في حين أنّ محمدًا يدّخر ١٢ ريالًا أسبوعيًا، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب معادلة لإيجاد عدد الأسابيع التي يصبح عندها لدى كلٍّ منهما المبلغ نفسه.

ب) أوجد عدد هذه الأسابيع.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس	٧-١	٧-٢	٧-٣	٧-٦	٧-٧	٦-٤	٦-٧	٦-١	٦-٤	٧-١	٦-٦	٧-٢	٦-١	٧-٧	٧-٤



الجبر: الدوال الخطية

الفكرة العامّة

- أفهم الميل لأمثّل المسائل، وأحلّلها وأحلّها.
- أستعمل الأسس والقوى والجذور.

المفردات الرئيسة:

الدالّة الخطّيّة ص (١٠٩)

الميل ص (١١٥)

ثابت التغير ص (١٢١)



الربط بالحياة:

القطار الدوّار: يقطع قطار دوّار في مدينة الألعاب مسافة ٢٨٠,٥ مترًا في ١٠٨ ثوانٍ. ويمكنك استعمال الدالّة الخطّيّة ٢٨٠,٥ = ١٠٨ت لإيجاد معدل سرعة هذا القطار.

المَطْوِيّاتُ
مُنَظِّمُ أَفْكَار

الجبر: الدوال الخطية: اعمل هذه المطويّة الآتية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بسبع أوراق A4 كما يأتي:

١ **اطوِ** الورقة من المنتصف عرضيًّا، ثم قصّ شريطًا على مسافة ٢ سم من الحافة اليمنى.

٢ **ألصق** الشريط الذي قصصته من الأسفل، واكتب عنوان الفصل على الوجه الأمامي.

الدوال الخطية

٣ **كرّر** ذلك مع باقي الأوراق. وثبّتها معًا لتشكّل كتيبًا، واكتب عليها عناوين الدروس.



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

مثّل كل نقطة مما يأتي على المستوى الإحداثي: (مهارة سابقة)

١) أ(−٣، −٤)
٢) ب(٢، −١)
٣) جـ(٠، −٢)
٤) د(−٤، ٣)

٥) **مشي:** سار محمد ٤ كلم جنوبًا و ٢كلم غربًا، ثم توقّف. فإذا كانت نقطة بداية سيره هي نقطة الأصل، فمثّل النقطة التي تمثّل مكان وقوفه. (مهارة سابقة)

احسب قيمة كل عبارة ممّا يأتي عندما س = ٦: (مهارة سابقة)

٦) ٣ س
٧) ٥ + س
٨) ٢ س + ٨
٩) ٤ س − ٩

١٠) **ربح:** يمثل المقدار ٤٨س − ٨٧٥ الربح الأسبوعي لشركة ما بآلاف الريالات، حيث تمثّل س عدد الوحدات المبيعة. أوجد الربح الأسبوعي للشركة إذا باعت ٣٧ وحدة. (مهارة سابقة)

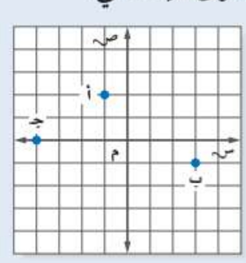
حُلّ كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

١١) ١٤ = ن + ٩
١٢) ع − ٣ = ٨
١٣) −١٧ = ب − ٢١
١٤) ٢٣ + ر = ١٥

مراجعة سريعة

مثال ١:

مثّل النقاط أ(−١، ٢)، ب (٣، −١)، جـ(−٤، ٠) على المستوى الإحداثي.



مبتدئًا من نقطة الأصل. العدد الأول في كل زوج مرتب هو الإحداثي السيني، والعدد الثاني هو الإحداثي الصادي.

مثال ٢:

احسب قيمة ٦س − ١ إذا كانت س = ٤.

٦س − ١ = ٦(٤) − ١	عوض عن س بـ ٤
= ٢٤ − ١	اضرب ٦ في ٤
= ٢٣	بسط

مثال ٣:

حُلّ المعادلة: ١٨ + م = ٧.

١٨ + م = ٧	اكتب المعادلة
−١٨ = −١٨	اطرح ١٨ من كل طرف بسط
م = −١١	





المتتابعات

فكرة الدرس:

أحدد المتتابعات الحسابية.

أكتب عبارة جبرية لأجد حدود المتتابعة الحسابية.

المفردات

المتتابعة

الحد

المتتابعة الحسابية

أساس المتتابعة

الحد النوني

نشاط

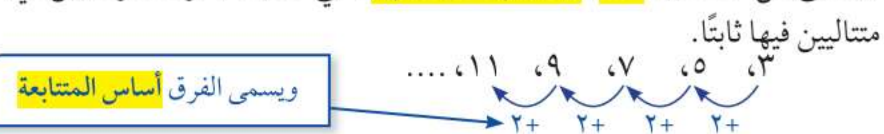
تأمل النمط الآتي:

عدد المثلثات	مثلث واحد	مثلثان	٣ مثلثات
عدد العيدان	٣عيدان	٥ عيدان	٧ عيدان

١ أكمل النمط لـ ٤، ٥، ٦ مثلثات. كم عودًا تحتاج إليه في كل حالة؟

٢ كم عودًا إضافيًّا تحتاج إليه لتكوين ٤ مثلثات؟ وما العدد الكلي للعيدان المطلوبة لتكوين ٧ مثلثات؟

عدد العيدان في النمط السابق تشكّل متتابعة. **والمتتابعة**: مجموعة مرتبة من الأعداد، ويُسمى كل عدد فيها **حدًّا**. **والمتتابعة الحسابية**: هي متتابعة يكون الفرق بين أي حدين متتاليين فيها ثابتًا.



لإيجاد العدد التالي في المتتابعة الحسابية أضف أساس المتتابعة إلى الحد الأخير.

مثال — تحديد المتتابعات الحسابية

١ **بيّن إذا كانت المتتابعة: ١٧، ١٢، ٧، ٢، −٣، .... حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية.**

١٧، ١٢، ٧، ٢، −٣

−٥ −٥ −٥ −٥

لاحظ أن ١٢ − ١٧ = −٥، ٧ − ١٢ = −٥ وهكذا.

بما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت ويساوي −٥؛ لذا فالمتتابعة حسابية أساسها −٥. أكمل النمط لإيجاد الحدود الثلاثة التالية.

−٣، −٨، −١٣، −١٨

−٥ −٥ −٥

فتكون الحدود الثلاثة التالية هي: −٨، −١٣، −١٨.

تحقق من فهمك:

بيّن إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ) ٢، ٦، ١٠، ١٤، ١٨، ...

ب) −٤، −٨، −١٦، −٣٢، ...



ويمكن كتابة المتتابعة باستعمال **حدها النوني**، الذي يربط بين رقم الحد وقيمته.

مثـــال: تحديد المتتابعة الحسابية باستعمال الحد النوني

٢ بيّن ما إذا كانت المتتابعة التي حدها النوني ٤ن −١ حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

بكتابة بعض حدود المتتابعة من خلال التعويض بدلًا عن ن في الحد النوني بأعداد تمثل رقم الحد ينتج:

عندما ن = ١ ، الحد الأول يساوي ٤(١) − ١ = ٣

عندما ن = ٢ ، الحد الثاني يساوي ٤(٢) − ١ = ٧

عندما ن = ٣ ، الحد الثالث يساوي ٤(٣) − ١ = ١١

عندما ن = ٤ ، الحد الرابع يساوي ٤(٤) − ١ = ١٥

(+٤ ، +٤ ، +٤)

لاحظ أن: ٧−٣ = ٤، ١١ − ٧ =٤، ١٥ − ١١ = ٤، وهكذا

وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت ويساوي ٤ فالمتتابعة حسابية أساسها ٤.

تحقق من فهمك:

بيّن ما إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

جـ) ٦ − ن　　**د)** $ن^{٢}$ + ١　　**هـ)** ٢ن + ١

ويمكن إيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية إذا علمت بعض حدودها.

مثـــال: إيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية

٣ اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لمتتابعة محيطات المربعات: ٤، ٨، ١٢، ١٦، ... ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية.

استعمل الجدول المجاور لتعرّف المتتابعة.

رقم الحد (ن)	١	٢	٣	٤
المحيط	٤	٨	١٢	١٦

(+١ ، +١ ، +١)　(+٤ ، +٤ ، +٤)

الفرق الثابت (أساس المتتابعة) يساوي ٤.

وكل حد يساوي ٤ أمثال رقم الحد،

فتكون العبارة التي يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني هي: ٤ن.

وتكون الحدود الثلاثة التالية: ٤(٥) = ٢٠، ٤(٦) = ٢٤، ٤(٧) = ٢٨.

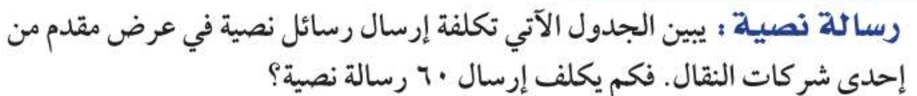
تحقق من فهمك: **اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة فيما يأتي ، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية:**

و) −٢، −٤، −٦، −٨،...　**ز)** $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٢}$، $\frac{٢}{٣}$، ...　**ح)** ٥,٠، ١، ٥,١، ٢، ...

لغة الرياضيات

وهكذا: تقرأ النقاط الثلاث التي تلي مجموعة أعداد " وهكذا".

مثال من واقع الحياة

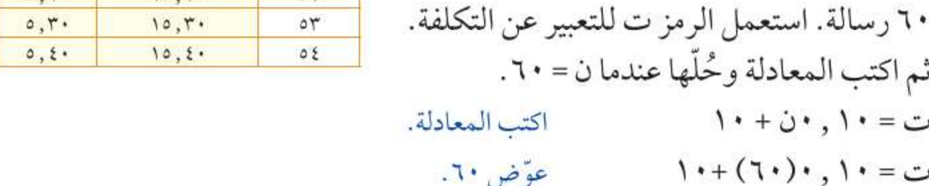


٤ رسالة نصية: يبين الجدول الآتي تكلفة إرسال رسائل نصية في عرض مقدم من إحدى شركات النقال. فكم يكلف إرسال ٦٠ رسالة نصية؟

بما أن الفرق الثابت في التكلفة هو ٠,١٠ فإن الزيادة في تكلفة إرسال ن رسالة نصية هي ٠,١٠ ن. قارن كل تكلفة بالقيمة ٠,١٠ ن لكل عدد من الرسائل.

الرسائل	التكلفة (ريال)
٥١	١٥,١٠
٥٢	١٥,٢٠
٥٣	١٥,٣٠
٥٤	١٥,٤٠

(+١ بين كل عددين متتاليين من الرسائل، و +٠,١٠ بين كل تكلفتين متتاليتين)



الرسائل	التكلفة (ريال)	٠,١٠ ن
٥١	١٥,١٠	٥,١٠
٥٢	١٥,٢٠	٥,٢٠
٥٣	١٥,٣٠	٥,٣٠
٥٤	١٥,٤٠	٥,٤٠

تكلفة كل رسالة تزيد بـ ١٠ ريالات على ٠,١٠ ن؛ لذا فالعبارة ٠,١٠ ن + ١٠ هو تكلفة ن رسالة نصية. ولإيجاد تكلفة إرسال ٦٠ رسالة. استعمل الرمز ت للتعبير عن التكلفة. ثم اكتب المعادلة وحُلّها عندما ن = ٦٠.

ت = ٠,١٠ ن + ١٠   اكتب المعادلة.

ت = ٠,١٠ (٦٠) + ١٠   عوّض ٦٠.

ت = ٦ + ١٠ = ١٦   بسّط.

سيكلف إرسال ٦٠ رسالة نصية ١٦ ريالًا.

تحقق من فهمك: اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية، ثم استعملها لإيجاد قيمة الحد عند ن المعطاة.

ط) ٤، ٩، ١٤، ١٩، ...؛ ن = ١٢ **ي)** -٢٠، -١٦، -١٢، -٨، ...؛ ن = ٢٠

الربط بالحياة: سجلت إحدى شركات الهاتف النقال في المملكة العربية السعودية حوالي ٥٠ مليون رسالة تهنئة في الساعة الأولى من إعلان عيد الفطر المبارك لعام ١٤٣٠هـ، أي بمعدل ١٥٠٠٠ رسالة في الثانية.

مثال من اختبار

٥ ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الحسابية الموضحة في الجدول الآتي؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	ن
قيمة الحد	٣	٥	٧	٩	؟

أ) ن + ٢   ب) ٢ن   جـ) ٢ن + ١   د) ٣ن

اقرأ:

تحتاج إلى إيجاد عبارة لوصف حدود المتتابعة.

حل:

الفرق الثابت بين الحدود (الأساس) هو ٢ لكل زيادة واحدة في الترتيب؛ لذا فالعبارة تحتوي ٢ن.

- احذف البديلين أ، د؛ لأنهما لا يحتويان ٢ن.
- احذف البديل ب؛ لأن ٢(١) ≠ ٣.
- بما أن العبارة في البديل جـ صحيحة لكل الحدود المدرجة؛ لذا فالجواب الصحيح هو (جـ).



إرشادات للاختبارات

احذف البدائل

أولًا: اختبر ن = ١ لكل عبارة.
بما أن ٢(١) ≠ ٣ فالبديل ب محذوف.
ثانيًا: اختبر ن = ٢. بما أن ٢ + ٢ ≠ ٥ و ٣(٢) ≠ ٥ فالبديلان أ، د محذوفان؛ لذا فإن الإجابة الصحيحة هي البديل جـ.



تحقق من فهمك:

ك) لتكن ن تمثل موقع العدد في المتتابعة $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٢}$، $\frac{٣}{٤}$، ١، ...، أي عبارة يمكن استعمالها لإيجاد حدود المتتابعة؟

أ) ن + $\frac{١}{٤}$ **ب)** ٢ن **جـ)** $\frac{١}{٤}$ن **د)** ٤ن

تأكد

المثال ١ بيِّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها:

(١) ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ... (٢) ١١، ٤، −٢، −٧، −١١، ... (٣) ٨، ٢، −٤، −١٠، −١٦، ...

المثال ٢ بيِّن ما إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

(٤) ٣ن + ٤ (٥) $٢^{ن}$ (٦) ٧ − ٢ن

المثال ٣ اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية فيها:

(٧) ٣، ٦، ٩، ١٢، ... (٨) −٥، −١٠، −١٥، −٢٠، ... (٩) $\frac{١}{١٠}$، $\frac{١}{٥}$، $\frac{٣}{١٠}$، $\frac{٢}{٥}$، ...

المثال ٤ اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية، واستعملها لإيجاد قيمة الحد عند ن المعطاة.

(١٠) ٢٥، ٢٣، ٢١، ١٩، ...؛ ن = ٨ (١١) ٣، ١٠، ١٧، ٢٤، ...؛ ن = ٢٥

المثال ٥ (١٢) **اختيار من متعدد:** ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الآتية؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	ن
قيمة الحد	٦	٧	٨	٩	١٠	؟

أ) ن + ١ **ب)** ن + ٥ **جـ)** ٢ن **د)** ٦ن

تدرَّب وحلّ المسائل

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٣−١٨	١
١٩−٢٢	٢
٢٣−٢٨	٣
٢٩−٣٤	٤
٤١، ٤٢	٥

بيِّن ما إذا كانت كل متتابعة حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها:

(١٣) ٢٠، ٢٤، ٢٨، ٣٢، ٣٦، ... (١٤) ١، ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ١٠٠٠٠، ...

(١٥) ١٨٩، ٦٣، ٢١، ٧، $٢\frac{١}{٣}$، ... (١٦) −٦، −٤، −٢، ٠، ٢، ...

(١٧) ١، ٢، ٥، ١٠، ١٧، ... (١٨) ٤، $٦\frac{١}{٢}$، ٩، $١١\frac{١}{٢}$، ١٤، ...

بيِّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

(١٩) ٦ن − ٣ (٢٠) $ن^{٣}$

(٢١) $\frac{١}{ن}$ (٢٢) ٩ − ٣ن



اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية فيها:

٢٣) ٢، ٤، ٦، ٨، ...

٢٤) ١٢، ٢٤، ٣٦، ٤٨، ...

٢٥) $\frac{١}{٣}$، $\frac{٢}{٣}$، ١، $١\frac{١}{٣}$، ...

٢٦) $\frac{٢}{٥}$، $\frac{٤}{٥}$، $١\frac{١}{٥}$، $١\frac{٣}{٥}$، ...

٢٧) ٥، ٩، ١٣، ١٧، ...

٢٨) ١، ٤، ٧، ١٠، ...

اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية فيما يأتي، واستعملها لإيجاد قيمة الحد عند ن المعطاة:

٢٩) ٣، ٧، ١١، ١٥، ... ؛ ن = ٨

٣٠) ٢٣، ٢٥، ٢٧، ٢٩، ...؛ ن = ١٢

٣١) ١٠، ٥، ٠، −٥، ...؛ ن = ٢١

٣٢) ٢٧، ١٩، ١١، ٣، ...؛ ن = ١٧

رياضة: للسؤالين ٣٣، ٣٤ استعمل الجدول المجاور.

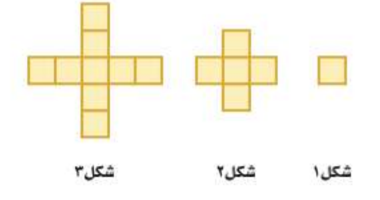


الأسبوع	زمن المشي يوميًا (دقيقة)
١	٨
٢	١٦
٣	٢٤
٤	٣٢
٥	؟

٣٣) إذا أكمل عادل النمط المبين في الجدول، فكم دقيقة سيمشي يوميًا خلال الأسبوع الخامس؟

٣٤) هل يتناسب وقت مشي عادل مع عدد الأسابيع التي مشى فيها؟ فسِّر إجابتك.

هندسة: للسؤالين ٣٥، ٣٦ استعمل الشكل المجاور.



٣٥) كم مربعًا سيكون في الشكل رقم ١٨؟

٣٦) هل يتناسب عدد المربعات في كل شكل مع رقم الشكل؟ فسِّر إجابتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٧) **مسألة مفتوحة:** اكتب متتابعة حسابية يكون أساسها $-\frac{١}{٣}$.

٣٨) **تبرير:** بيِّن فيما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسِّر إجابتك.

«المتتابعة التي يضاف فيها عدد إلى أيّ حدٍّ للحصول على الحد الذي يليه هي متتابعة حسابية».

٣٩) **تحدٍّ:** اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني للمتتابعة الموضحة في الجدول المجاور.

الترتيب	١	٣	٥	٧
قيمة الحد	٨	١٤	٢٠	٢٦

٤٠) **اكتب** مسألة من الواقع تمثل متتابعة حسابية، ثم حُلّها.



تدريب على اختبار

٤١ ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة المبيّنة في الجدول الآتي؟

الترتيب	قيمة الحد
١	٠,٦
٢	١,٢
٣	١,٨
٤	٢,٤
٥	٣,٠
ن	؟

أ) ن − ٤ ,٠ جـ) $\frac{٣}{٥}$ ن

ب) $\frac{ن}{٥}$ د) ن + ٠,٦

٤٢ **اختيار من متعدد:** تصف العبارة −١٢ −٤(ن − ١) نمطًا عدديًّا، فإذا كانت ن تمثل الحد ن في المتتابعة، فأي أنماط الأعداد التالية تصفها العبارة؟

أ) −١٢، −١٦، −٢٠، −٢٤، ...

ب) −١٢، −٨، −٤، ٠، ...

جـ) ١٢، ٨، ٤، ٠، ...

د) ١٢، ١٦، ٢٠، ٢٤، ...

مراجعة تراكمية

٤٣ **هواتف:** يتقاضى سعود ٥٢,٥ ريالًا يوميًّا، ويريد شراء هاتف ثمنه ٤٢٠ ريالًا من النقود التي يكسبها من عمله، اكتب متباينة وحلها لإيجاد عدد الأيام التي سيعملها ليستطيع شراء الهاتف. (الدرس ٧ − ٧)

حُلَّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٧ − ٧)

٤٤ ٦س ≥ ٣٦

٤٥ ٥ + ن ≤ −٤

٤٦ −٣٣ < ١١م

٤٧ ٩ > ص + ١٢

٤٨ **أكواب:** تباع الأكواب الورقية في علب سعتها؛ ٤٠ كوبًا أو ٧٥ كوبًا، وتحتاج مشاعل إلى ٣٥٠ كوبًا لحفل تقيمه المدرسة، فكم علبة تحتاج من كل نوع من العلب؟ (الدرس ٦ − ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: احسب قيمة كل عبارة مما يأتي عندما س = ٩:

٤٩ ٢س − ٨

٥٠ −٥س + ٧

٥١ ٨س − ٣

٥٢ −١٥س + ٦





الدوال



فكرة الدرس:
أكمل جداول الدوال.

المفردات
الدالة
المجال
المدى
جدول الدالة

استعد

ترفيه: افترض أنك تستطيع شراء القرص المدمج الواحد بـ ١٥ ريالًا.

١ انسخ الجدول المجاور وأكمله.

٢ ما الثمن الكلي لشراء ٦ أقراص منها؟

٣ فسِّر كيف تجد ثمن ٩ أقراص.



عددُ الأقراص	الثمن (ريال)
١	١٥
٢	٣٠
٣	
٤	
٥	

يعتمد الثمن الكلي للأقراص على عددها؛ أيْ أن الثمن دالة لعدد الأقراص التي تم شراؤها. والعلاقة التي تُعطي مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة تُسمى **دالة**، وتُكتب الدوال عادة في صورة معادلات.

المدخلة س أي عدد حقيقي.

$$د(س) = ١٥ س$$

تقرأ د(س) دالة في س، أو ببساطة المخرجة د(س).

ولإيجاد قيمة الدالة عند عدد ما، عوّض عن المتغير س بذلك العدد في قاعدة الدالة.

مثالان: إيجاد قيمة الدالة

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

١ د(٩) إذا كان د(س) = س − ٥

د(س) = س − ٥	اكتب الدالة.
د(٩) = ٩ − ٥ = ٤	عوض ٩ بدلًا من س في قاعدة الدالة.

لذا، د(٩) = ٤.

٢ د(−٣) إذا كان د(س) = ٢س + ١

د(س) = ٢س + ١	اكتب الدالة.
د(−٣) = ٢(−٣) + ١	عوض −٣ بدلًا من س في قاعدة الدالة.
د(−٣) = −٦ + ١ = −٥	بسّط.

لذا، د(−٣) = −٥

تحقق من فهمك:

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

أ) د(٢) إذا كان د(س) = س − ٤

ب) د(٦) إذا كان د(س) = ٢س − ٨



إرشادات للدراسة

المدخلات والمخرجات يُسمى متغير المدخلات أيضًا "المتغير المستقل" لأنه يأخذ أي قيمة. ومتغير المخرجات "المتغير التابع"؛ لأنه يعتمد على قيم المدخلات.

تُسمى مجموعة قيم المدخلات **المجال**، ومجموعة قيم المخرجات **المدى**. ويمكنك تنظيم المدخلات، والقاعدة، والمخرجات في **جدول الدالة**.

مثال: إكمال جدول الدالة

٣ أكمل الجدول المجاور للدالة. د(س) = س + ٥، ثم اذكر مجال الدالة ومداها.

المدخلة	القاعدة	المخرجة
س	د(س) = س + ٥	د(س)
-٢	-٢ + ٥	د(-٢) = ٣
-١	-١ + ٥	د(-١) = ٤
٠	٠ + ٥	د(٠) = ٥
١	١ + ٥	د(١) = ٦

عوض قيم س أو المدخلات، في قاعدة الدالة.

ثم بسّط لإيجاد المخرجة.

المجال = {-٢، -١، ٠، ١}

المدى = {٣، ٤، ٥، ٦}

تحقق من فهمك:

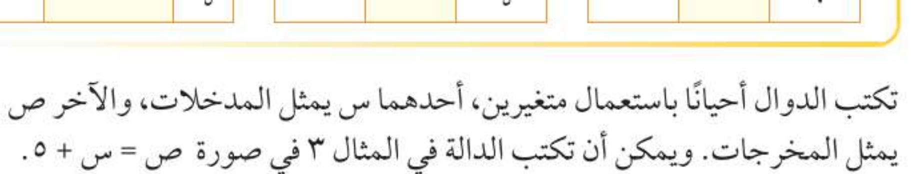
انسخ جدول كل دالة فيما يأتي وأكمله، ثم اذكر مجال الدالة ومداها:

جـ) د(س) = س − ٧   **د)** د(س) = ٤س   **هـ)** د(س) = ٢س + ٣

س	س - ٧	د (س)
-٣		
-٢		
-١		
٠		

س	٤س	د (س)
-٥		
-٣		
٢		
٥		

س	٢س+٣	د (س)
-١		
٢		
٣		
٥		



تكتب الدوال أحيانًا باستعمال متغيرين، أحدهما س يمثل المدخلات، والآخر ص يمثل المخرجات. ويمكن أن تكتب الدالة في المثال ٣ في صورة ص = س + ٥.





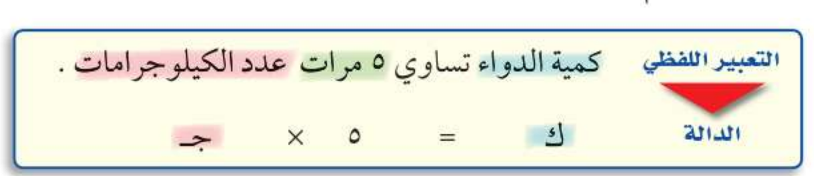
الربط بالحياة:

كيف يستخدم الطبيب البيطري الرياضيات؟

يحدد جرعات الدواء المناسبة للحيوان حسب كتلته.

مثال

٤ حيوانات أليفة: يُعطي الطبيب البيطري جرعات لعلاج الحيوانات الأليفة بحيث تكون الجرعة مكوّنة من ٥ ملجم دواء لكل كيلو جرام تقريبًا من الكتلة. اكتب دالة تمثل كمية الدواء ك اللازمة للكتلة جـ، ثم حدد كم يلزم من الدواء لحيوان أليف كتلته ٤٠ كجم تقريبًا.



ك = ٥جـ   اكتب الدالة.

ك = ٥(٤٠) = ٢٠٠   ضع جـ = ٤٠ لإيجاد كمية الدواء اللازمة لكتلة ٤٠ كجم.

إذن، على البيطري إعطاء الحيوان الأليف ٢٠٠ ملجم من الدواء.



تحقق من فهمك:

و) **صيانة المنزل:** تتقاضى مؤسسة خدمة المنزل ١٠٠ ريالٍ لكل طلب خدمة، بالإضافة إلى ٥٠ ريالًا لكل ساعة عمل. اكتب دالة تمثل التكلفة ك لطلب خدمة لمدة س ساعة عمل، ثم أوجد كم تكلف ٣ ساعات من العمل.



تأكد

المثالان ١، ٢

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

١) د(٤) إذا كان د(س) = س − ٦

٢) د(−٢) إذا كان د(س) = ٤س + ١

المثال ٣

انسخ جدول كل دالة فيما يأتي وأكمله، ثم اذكر مجال كل دالة ومداها:

٣) د(س) = ٨ − س

٤) د(س) = ٥س + ١

٥) د(س) = ٣س − ٢

س	٨-س	د (س)
−٣		
−١		
٢		
٤		

س	٥س+١	د (س)
−٢		
٠		
١		
٣		

س	٣س-٢	د (س)
−٥		
−٢		
٢		
٥		

المثال ٤

٦) **سفر:** تسير سيارة بسرعة ٨٨ كلم في الساعة على طريق عام. اكتب دالة تمثل المسافة ف التي يمكن أن تقطعها السيارة في ن ساعة، وما المسافة التي تقطعها السيارة في ٥ ساعات إذا سارت بالمعدل نفسه؟

تدرب وحل المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٧-١٢	١، ٢
١٣-١٨	٣
٢١	٤

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

٧) د(٧) حيث د(س) = ٥س

٨) د(٩) حيث د(س) = س + ١٣

٩) د(٤) حيث د(س) = ٣س − ١

١٠) د(٥) حيث د(س) = ٢س + ٥

١١) د(−٥) حيث د(س) = ٤س − ١

١٢) د(−١٢) حيث د(س) = ٢س + ١٥

انسخ جدول كل دالة فيما يأتي وأكمله ، ثم اذكر مجال كل دالة ومداها:



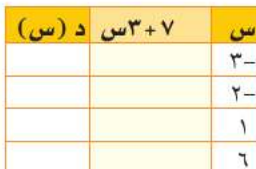
١٣) د(س) = ٦س − ٤

١٤) د(س) = ٥ − ٢س

١٥) د(س) = ٧ + ٣س

س	٦س - ٤	د (س)
−٥		
−١		
٢		
٧		

س	٥ - ٢س	د (س)
−٢		
٠		
٣		
٥		



س	٧+٣س	د (س)
−٣		
−٢		
١		
٦		

انسخ جدول كل دالة فيما يأتي وأكمله، ثم اذكر مجال كل دالة ومداها:

(١٦) د(س) = س − ٩

س	س-٩	د (س)
−٢		
−١		
٧		
١٢		

(١٧) د(س) = ٧س

س	٧س	د (س)
−٥		
−٣		
٢		
٦		

(١٨) د(س) = ٤س + ٣

س	٤س+٣	د (س)
−٤		
−٢		
٣		
٥		

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

(١٩) د($\frac{٥}{٦}$) إذا كان د(س) = ٢س + $\frac{١}{٣}$

(٢٠) د($\frac{٥}{٨}$) إذا كان د(س) = ٤س − $\frac{١}{٤}$

(٢١) **دراجات:** قطع عمر بدراجته مسافة ٢٠ كلم بعد ساعة واحدة من بدء الحركة. إذا استمر بسرعة معدلها ١٣ كلم في الساعة، فكم ساعة يحتاجها لقطع مسافة ١١١ كلم؟

(٢٢) **قياس:** محيط المربع يساوي أربع أمثال طول ضلعه، اكتب دالة تمثل محيط المربع (مح) الذي طول ضلعه (ل)، ثم أوجد طول ضلع مربع محيطه ٧ سم؟

(٢٣) **الغوص:** يبين الجدول المجاور ضغط الماء الذي يواجهه الغواص على أعماق مختلفة. اكتب دالة تمثل الضغط ض مقابل العمق ع مترًا. ما مقدار الضغط عند العمق ١٧٥ مترًا؟ قدّر الجواب إلى أقرب جزء من مئة.

العمق (قدم)	الضغط (نيوتن/بوصة مربعة)
٠	١٤,٧
٣٣	٢٩,٤
٦٦	٤٤,١
٩٩	٥٨,٨
١٣٢	٧٣,٥

مسائل
مهارات التفكير العليا

(٢٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب قاعدة دالة يكون فيها د(−٣) =−٨، وأوجد قيمة الدالة عند الصفر، وعند قيم سالبة وأخرى موجبة للمتغير س.

(٢٥) **تحدٍّ:** اكتب قاعدة الدالة لكل جدول دالة فيما يأتي:

أ)

س	د (س)
−٣	−٣٠
−١	−١٠
٢	٢٠
٦	٦٠

ب)

س	د (س)
−٥	−٩
−١	−٥
٣	−١
٧	٣

جـ)

س	ص
−٢	−٣
١	٣
٣	٧
٥	١١

د)

س	ص
−٢	−٥
١	١
٣	٥
٥	٩

(٢٦) **اكتب** تُمثّل المسافة ف التي يتحركها جسم في الزمن ن وبمعدل سرعة ع بالدالة ف = ن ع. فسِّر كيف يؤثر تغير المدخلة في تغير المخرجة.

تدريب على اختبار

٤٧ تمثل التكلفة الكلية جـ التي ينفقها سعد ثمنًا للتذاكر ت التي يشتريها من مدينة الألعاب بالمعادلة: جـ = ٦,٥ت، أيّ الجداول الآتية تحتوي قيمًا تحقق المعادلة؟

أ)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
ت	١	٢	٣	٤
جـ	٦,٥٠	١٣,٠٠	١٩:٥٠	٢٦:٠٠

ب)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
ت	١	٢	٣	٤
جـ	٦:٥٠	١٢:٠٠	١٨:٠٠	٤٢:٥٠

جـ)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
ت	١	٢	٣	٤
جـ	١٣:٠٠	١٩:٥٠	٢٦:٠٠	٣٢:٥٠

د)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
ت	١	٢	٣	٤
جـ	٦:٥٠	٨:٥٠	٩:٥٠	١٠:٥٠

٤٨ اشترت هند شريحة بيانات بمبلغ ٢٥ ريالًا، إذا كانت تكلفة كل ميجابايت هو ٠,٩٥ ريال، فأيّ الجداول الآتية يعطي أفضل تمثيل لما تبقى من الرصيد في الشريحة ب بعد استهلاك م ميجابايت؟

أ)

م	ب
١	٢٤,١٠
٢	٢٣,٢٠
٤	٢١,٤٠
٦	١٩,٦٠
٨	١٧,٨٠

جـ)

م	ب
٢	٢٣,١٠
٤	٢١,٢٠
٥	٢٠,٢٥
٨	١٧,٤٠
١٠	١٥,٥٠

ب)

م	ب
٠	٢٥,٠٠
٣	٢٢,٠٠
٦	١٩,٠٠
٩	١٦,٠٠
١٢	١٣,٠٠

د)

م	ب
٥	٢٠,٥
١٠	١٥,١٠
١٥	١٠,١٥
٢٠	٥,٢٠
٢٥	٠,٢٥

مراجعة تراكمية

٢٩ **توفير:** في حصالة منى ٢٠ ريالًا، وتوفر يوميًّا ٥ ريالات تضعها في الحصالة، إذا لم تأخذ أي نقود من الحصالة، فكم ريالًا يكون في الحصالة بعد ٧ أيام؟ (الدرس ٨ - ١)

حُلَّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٧ - ٧)

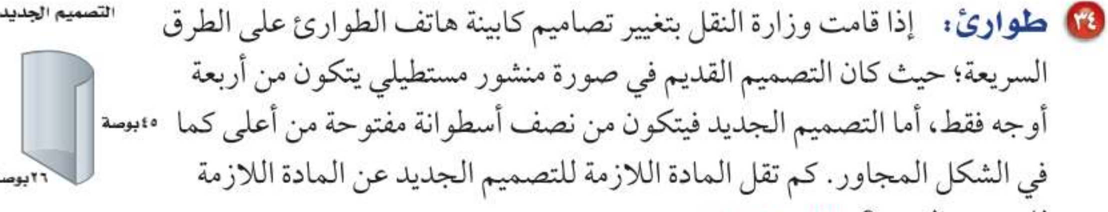
٣٠ ٦ + س ≥ ١٦

٣١ ١٥ ن ≤ -٣٠

٣٢ -٣ > ك + ٨

٣٣ -٩ > -٩س

٣٤ **طوارئ:** إذا قامت وزارة النقل بتغيير تصاميم كابينة هاتف الطوارئ على الطرق السريعة؛ حيث كان التصميم القديم في صورة منشور مستطيلي يتكون من أربعة أوجه فقط، أما التصميم الجديد فيتكون من نصف أسطوانة مفتوحة من أعلى كما في الشكل المجاور. كم تقل المادة اللازمة للتصميم الجديد عن المادة اللازمة للتصميم القديم؟ (الدرس ٦ - ٦)



٣٥ **قياس:** كيكة في صورة منشور مستطيلي حجمها ٦١٠ سم^3 تم توزيع قطع منها فبقي جزء في صورة منشور مستطيلي أيضًا أبعاده ١٠,٥ سم × ٦,٥ سم × ٤ سم، ما حجم جزء الكيك الذي تم توزيعه؟ (الدرس ٦ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثّل في المستوى الإحداثي كل نقطة مما يأتي:

٣٦ أ(-٤، ٢) **٣٧** ب(٣، -١) **٣٨** جـ(٠، -٣) **٣٩** د(١، ٤)

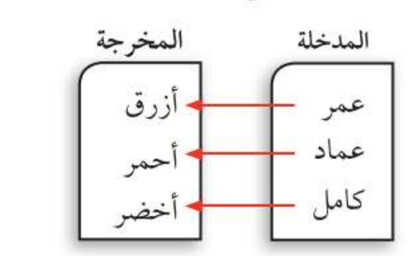


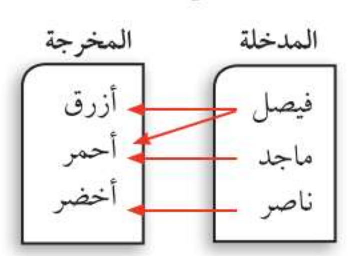
توسّع
٨-٢

معمل الجبر
العلاقات والدوال

فكرة الدرس:
أحدد ما إذا كانت علاقة ما دالة أم لا.

تعبر العلاقة عن ربط مجموعة من العناصر تسمى مدخلات، بمجموعة أخرى تُسمى مخرجات. افرض أن ثلاثة طلاب اختاروا ألوانهم المفضلة من بين الأزرق والأحمر والأخضر. والمخططات الآتية تبين نتيجتين من النتائج الممكنة لهذا الاختيار.

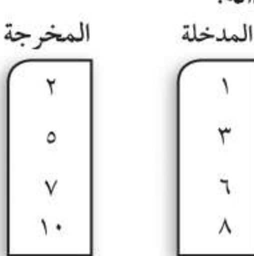




تذكر من الدرس السابق أن الدالة هي علاقة تُحدد مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة. وفي المثال أعلاه تعد العلاقة الأولى دالة؛ لأن كل شخص اختار لونًا مفضلًا واحدًا فقط. أما العلاقة الثانية فليست دالة؛ لأن فيصل اختار لونين مفضلين.

نشاط

الخطوة ١ انسخ مخطط العلاقة أدناه، وارسم خطوطًا من قيم المدخلات إلى قيم المخرجات لتصبح دالة.



الخطوة ٢ انسخ مخطط العلاقة من الخطوة الأولى. وارسم خطوطًا من قيم المدخلات إلى قيم المخرجات على ألا تكون العلاقة دالة.

حلّل النتائج

١) يمكن كتابة العلاقة في صورة مجموعة أزواج مرتبة، حيث تُمّثل المدخلة بالإحداثي السيني والمخرجة بالإحداثي الصادي، اكتب كل علاقة رُسم مخططها في النشاط السابق في صورة أزواج مرتبة.

٢) بيّن لماذا لا تُعد كل علاقة دالةً. وفسّر تبريرك بدلالة أزواج مرتبة.

حدّد ما إذا كانت كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا، وفسّر ذلك:

٣) {(١، ١٨)، (٩، ١٥)، (٦، ٣)، (٩، ١٠)}

٤) {(٥، ٦)، (١٠، ١١)، (٨، ١٣)، (٠، ٧)}







٨-٣ تمثيل الدوال الخطية

فكرة الدرس:
أمثّل الدوال الخطية بيانيًا باستعمال الجداول.

المفردات
الدالة الخطية

استعد

الطيران: تصل سرعة طائرة «الطائر الأسود» إلى ٣٦,٦ ميلًا في الدقيقة تقريبًا. إذا مثّل المتغير س عدد دقائق الطيران بهذه السرعة، فإن قاعدة الدالة للمسافة المقطوعة هي ص = ٣٦,٦ س.

١) انسخ الجدول المجاور للدالة وأكمله.

٢) مثّل الأزواج المرتبة (س، ص) في المستوى الإحداثي. ماذا تلاحظ؟

المدخلة	القاعدة	المخرجة	(المدخلة، المخرجة)
س	٣٦,٦ س	ص	(س، ص)
١	٣٦,٦(١)	٣٦,٦	(١، ٣٦,٦)
٢	٣٦,٦(٢)		
٣			
٤			

يمكن تمثيل الدوال بالجداول والتمثيل البياني، والأزواج المرتبة، ويمكن التعبير عنها لفظيًا.

مثال من واقع الحياة — تمثيل الدالة

١) **لوازم مدرسية: تبيع مكتبة علبة الأدوات الهندسية بريالين، ودفتر الملاحظات بريال واحد. وبذلك يكون ثمن س من علب الهندسة وص من دفاتر الملاحظات هو ٢س+ ص. ويريد سامي شراء بعض هذه الأنواع بـ ٥ ريالات فقط. مثّل المعادلة ٢س + ص = ٥. بيانيًّا، ثم أوجد كم يستطيع سامي أن يشتري من كل نوع؟**

٢س + ص = ٥ — اكتب المعادلة.

٢س − ٢س + ص = ٥ − ٢س — اطرح ٢س من كل طرف ثم حل بالنسبة لـِ ص.

ص = ٥ − ٢س — بسّط.

تمثل المعادلة ص = ٥ − ٢س دالة. اختر قيمًا لِـ س وعوضها لتجد ص، ثم مثّل الأزواج المرتبة.

س	٥-٢س	ص	(س، ص)
٠	٥-٢(٠)	٥	(٠، ٥)
١	٥-٢(١)	٣	(١، ٣)
٢	٥-٢(٢)	١	(٢، ١)
٣	٥-٢(٣)	-١	(٣، -١)

(٠، ٥)
(١، ٣)
(٢، ١)
(٣، -١)

وبما أنه لا يستطيع شراء كميات سالبة، فإنه يمكنه شراء ٥ دفاتر ملاحظات فقط أو علبة هندسة و٣ دفاتر ملاحظات، أو علبتي هندسة ودفتر ملاحظات واحد.

تحقق من فهمك:

أ) **نقود:** مع أحمد ٢٧ ريالًا من فئة ٥ريالات، أو ١ ريال، أو من كليهما فإذا كانت س تمثل عدد الأوراق من فئة ٥ريالات، وَ ص تمثل عدد القطع من فئة ١ ريال، فمثّل الدالة ٥ س + ص = ٢٧ بيانيًّا. ثم أوجد عدد العملات النقدية من كل فئة.

مثـــال   تمثيل الدالة

٢ **مثّل الدالة ص = س + ٢ بيانيًّا.**

- اختر أي أربع قيم للمدخلة س، ثمَّ عوضها بدلًا من س لإيجاد قيم المخرجة ص.
- مثّل الأزواج المرتبة، وارسم خطًّا مستقيمًا يمر بجميع النقاط.

س	س + ٢	ص	(س ، ص)
٠	٠+٢	٢	(٠ ، ٢)
١	١+٢	٣	(١ ، ٣)
٢	٢+٢	٤	(٢ ، ٤)
٣	٣+٢	٥	(٣ ، ٥)

تمثل النقطة التي يقطع عندها الخط محور السينات حلاً للمعادلة س+٢ = ٠

يمثل الخط المستقيم الدالة بيانيًّا. ويعد الزوج المناظر لأي نقطة على الخط حلًّا للمعادلة ص = س + ٢.

تحقق: يبدو أن الزوج المرتب (–٢، ٠) حل للمعادلة، تحقق من ذلك بالتعويض.

ص = س + ٢   اكتب الدالة.

٠ ≟ –٢ + ٢   عوض س بـ –٢، ص بـ صفر.

٠ = ٠ ✓   بسّط



حلول

حلول المعادلة هي الأزواج المرتبة التي تجعل المعادلة صحيحة.

تحقق من فهمك:

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

ب) ص = س – ٥   **جـ)** ص = –٢س   **د)** ص = ٢س + ١

تُسمى المعادلة التي تُمثل حلولها بيانيًّا بخط مستقيم **دالة خطية**. إذن، ص = س + ٢ هي معادلة خطية.

مراجعة المفردات:

العلاقة الخطية: العلاقة الخطية هي تلك العلاقة التي تُمثَّل بيانيًّا بخطٍّ مستقيم. **(الدرس ٣-٣)**

تمثيل الدوال   ملخص المفهوم

التعبير اللفظي: قيم ص أقل بواحد من قيم س المناظرة لها.

الرموز: ص = س – ١

الأزواج المرتبة: (٠،–١)، (١، ٠)، (٢، ١)، (٣، ٢)

الجدول:

س	ص
٠	–١
١	٠
٢	١
٣	٢

التمثيل البياني:

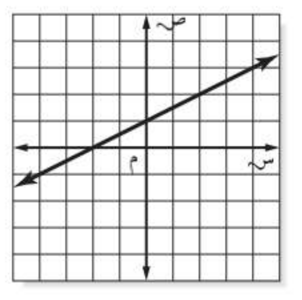


مثال من اختبار

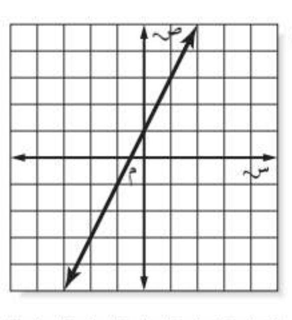
٣ أيُّ مستقيم مما يأتي يُعد أفضل تمثيل للأزواج المرتبة (س، ص) المبيَّنة في الجدول الآتي؟

س	−٢	−١	٠	١
ص	−٣	−١	١	٣

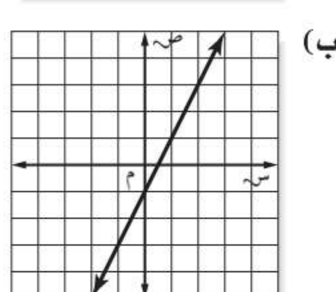
أ)



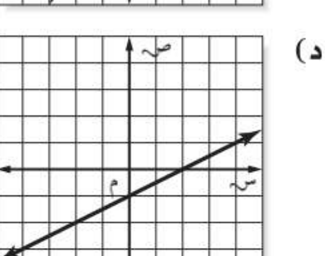
جـ)



ب)



د)



اقرأ :

عليك أن تقرر أي الأشكال الأربعة أعلاه تمثل البيانات.

حل :

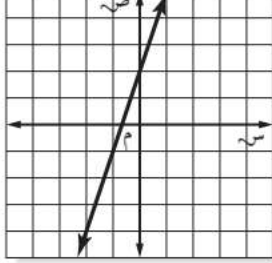
تمثل قيم الجدول الأزواج المرتبة (−٢، −٣)، (−١، −١)، (٠، ١)، (١، ٣). وباختبار الأزواج المرتبة، فإن التمثيل البياني جـ فقط هو الذي يحتوي كل هذه الأزواج المرتبة. فالإجابة الصحيحة هي جـ.

إرشادات للاختبارات

حذف البدائل

يمكن حذف البديلين ب، د عند اختيار الزوج المرتب (٠، ١) أولًا.

تحقق من فهمك:



هـ) إذا كان المستقيم الممثل في المستوى الإحداثي المجاور يمثل الدالة ص = ٣س + ٢، فأيُّ جدول مما يأتي يحتوي نقاطًا تقع على هذا الخط فقط؟

أ)

س	−١	٠	٢	٣
ص	−٥	−٢	٤	٧

جـ)

س	−٦	−٣	٠	٣
ص	٠	−١	٢	٣

ب)

س	−١	٥	٧	٨
ص	−١	١	−٣	٢

د)

س	−٣	−١	١	٢
ص	−٧	−١	٥	٨





تأكـد

المثال ١

١) **زهور:** تُباع كل ٤ من أزهار القرنفل في باقة، أما أزهار الأقحوان فتباع منفردة. مثِّل الدالة ٤س + ص = ١٥ بيانيًّا لإيجاد عدد باقات أزهار القرنفل (س) وأزهار الأقحوان (ص) التي تحتوي ١٥ زهرة.

المثال ٢

مثِّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

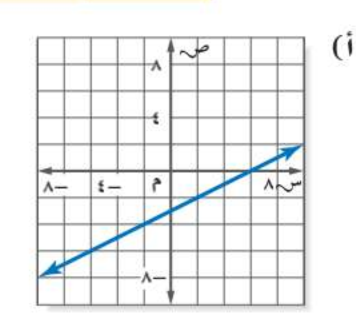
٢) ص = س + ٥ ٣) ص = ٣س − ٢ ٤) ص = −٢س + ١

المثال ٣

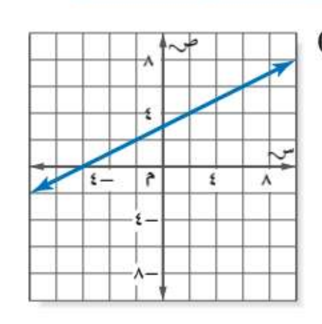
٥) **اختيار من متعدد:** أيُّ مستقيم مما يأتي يُعد أفضل تمثيلٍ للأزواج المرتبة (س، ص) الموضحة في الجدول الآتي؟

س	−٧	−٢	٢	٩
ص	−٦,٥	−٤	−٢	١,٥

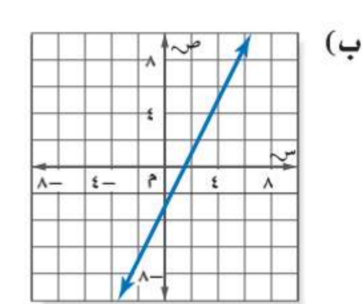
أ)



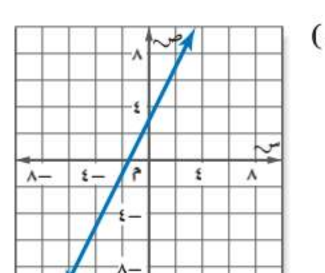
جـ)



ب)



د)



تـدرَّب وحلَّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٦، ٧	١
٨−١٥	٢
٢٧، ٢٨	٣

٦) **قرطاسية:** يُباع قلم الحبر بـ ٣ ريالات، وقلم الرصاص بريال واحد. مثِّل الدالة ٣س + ص = ٢٠ بيانيًّا لتحدد الأعداد الممكنة لأقلام الحبر (س) وأقلام الرصاص (ص) التي يمكن لمشاعل شراؤها بـ ٢٠ ريالًا.

٧) **منظفات:** يُباع الصابون المعطر في حزم مكونة من ٥ حبات، ويُباع الصابون العادي متفرقًا، مثِّل الدالة ٥س + ص = ١٠ بيانيًّا لتحدد الأعداد الممكنة لحزم الصابون المعطر (س) والعادي (ص) التي يمكن لراشد شراؤها إذا اشترى ١٠ حبات صابون.

مثِّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

٨) ص = ٤س ٩) ص = −٣س ١٠) ص = س − ٣ ١١) ص = س + ١

١٢) ص = ٣س − ٧ ١٣) ص = ٢س + ٣ ١٤) ص = $\frac{١}{٣}$ س + ١ ١٥) ص = −$\frac{١}{٢}$ س − ٣

١٦ **درجات حرارة:** تستعمل المعادلة ف = ١,٨ س + ٣٢ لمقارنة درجات الحرارة السيليزية (س) بدرجات الحرارة الفهرنهايتية (ف). اكتب أربعة أزواج مرتبة (س، ف) تمثل حلًّا للمعادلة أعلاه ثم مَثِّلها بيانيًّا.

قياس: للأسئلة ١٧–١٩ استعمل المعلومات الآتية:

تصف المعادلة ص = ١,٠٩ س عدد المترات ص في س ياردة

١٧ هل لقيمة س السالبة معنى في هذا الموقف؟ فسر إجابتك.

١٨ مثل الدالة بيانيًّا.

١٩ كم مترًا يعادل ٤٠ ياردة؟

جبال: استعمل المعلومات في الجدول المجاور للإجابة عن السؤالين ٢٠، ٢١.

إذا كانت درجة الحرارة عند مستوى سطح البحر ٨٠° ف، والدالة ف = ٨٠ – ٣,٦ع تصف درجة الحرارة ف عند ارتفاع قدره ع بآلاف الأقدام فوق مستوى سطح البحر.

ارتفاعات بعض الجبال في المملكة

الجبل	الارتفاع (بآلاف الأقدام تقريبًا)
جبل السودة	٩,٨
جبل شيبان	٦,٥
جبل قيس	٥,١
جبل ثور	٢,٥

٢٠ مثِّل دالة درجة الحرارة بيانيًّا.

٢١ ما درجة الحرارة عند قمة كل جبل من هذه الجبال في يوم كانت فيه درجة الحرارة عند مستوى سطح البحر ٨٠° ف ؟

٢٢ **نقود:** يوفر عماد نقودًا لشراء حاسوب بـ ١٢٠٠ ريال. فإذا كان معه ٤٥٠ ريالًا، ولديه خطة لتوفير ٣٠ ريالًا أسبوعيًّا. حيث تُمثّل الدالة ق(س) = ٣٠س + ٤٥٠ المبلغ الذي يوفره بعد س أسبوع. مثِّل الدالة بيانيًّا لتحدد عدد الأسابيع اللازمة ليوفر عماد المبلغ الكافي لشراء الحاسوب.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٣ **مسألة مفتوحة:** مثِّل دالة خطية بيانيًّا، واذكر ثلاثة حلول لها.

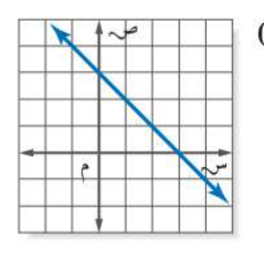
٢٤ **اكتشف المختلف:** حددّ الزوج المرتب الذي ليس حلًّا للدالة ص = –٤ س + ٣ . فسِّر تبريرك.

(٢، ٥) (٠، ٣) (–١، ٧) (١، –١)

٢٥ **تحد:** سمِّ إحداثيات أربع نقط تحقق كل دالة فيما يأتي، ثم اكتب قاعدة الدالة:

أ)

ب)



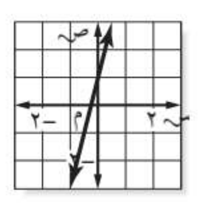
٢٦ **اكتب** فسِّر كيف يمكن الاستعانة بجدول الدالة على تمثيلها بيانيًّا.

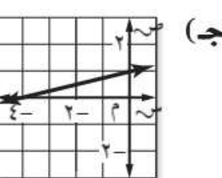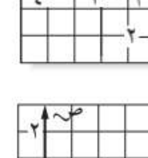


تدريب على اختبار

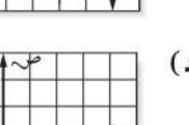
٢٧ أي مستقيم مما يأتي يعدّ أفضل تمثيل للأزواج المرتبة (س، ص) المبينة في الجدول الآتي؟

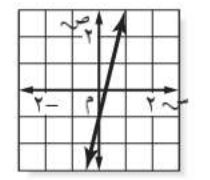
س	-٤	٠	٤	٨
ص	-٢	-١	٠	١

أ) 

ج) 





ب) 

د)

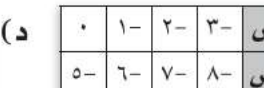
٢٨ **اختيار من متعدد:** إذا كان المستقيم الممثل في المستوى الإحداثي المجاور يمثل الدالة ص = ٥س -١، فأيُّ جدول مما يأتي يحتوي نقاطًا تقع على هذا المستقيم فقط؟

أ)

س	-٢	-١	٠	١
ص	-٩	-٤	١	٦

ج)

س	٠	١	٢	٣
ص	-١	٠	١	٢

ب) 

س	-٣	-٢	-١	٠
ص	-٨	-٧	-٦	-٥

د)

س	-١	٠	١	٢
ص	-٦	-١	٤	٩



مراجعة تراكمية

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي: (الدرس ٨ – ٢)

٢٩ د(٦) إذا كان د(س) = ٧س – ٣

٣٠ د(–٥) إذا كان د(س) = ٣س + ١٥

٣١ د(٣) إذا كان د(س) = ٢س – ٧

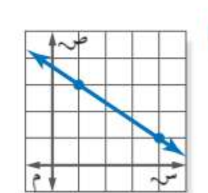
٣٢ اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية ١٥، ٣٠، ٤٥، ٦٠، ...، ثم اكتب الحدود الثلاثة الأولى. (الدرس ٨ – ١)

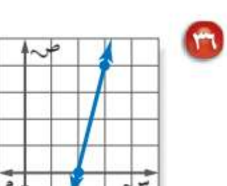
٣٣ **مقاصف:** يربح مقصف المدرسة ٠,٥ ريال من كل قطعة شوكولاتة يبيعها، ويرغب مسؤول المقصف تحقيق ربح لا يقل عن ٥٠٠ ريال هذا الأسبوع من بيع الشوكولاتة. اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد قطع الشوكولاتة التي عليهم بيعها لتحقيق الهدف. (الدرس ٧ – ٧)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد معدّل التغير لكل تمثيل بياني مما يلي:

٣٤ 

٣٥ 

٣٦ 



الفصل ٨

اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٨-١ إلى ٨-٣

بيّن إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها: (الدرس ٨ - ١)

١ ١٣، ١٧، ٢١، ٢٥، ٢٩، ...

٢ ٦٤، -٣٢، ١٦، -٨، ٤، ...

٣ -٧، -١٦، -٢٥، -٣٤، -٤٣، ...

بيّن إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها. (الدرس ٨ - ١)

٤ $ن^٢ + ١$ ٥ ٣ - ٢ن

٦ ٧ ٧ $٢^ن$

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي: (الدرس ٨ - ٢)

٨ د(٩) إذا كان د(س) = ١٢س

٩ د(٨) إذا كان د(س) = ٢س - ٨

١٠ د(٦) إذا كان د(س) = س + ٧

١١ د(٢) إذا كان د(س) = ٦س + ١

١٢ **اختيار من متعدد:** أي معادلة مما يأتي تصف الدالة الممثلة بالجدول الآتي: (الدرس ٨ - ٢)

س	ص
-٢	-٧
٠	-٣
٢	١
٤	٥

أ) ص = ٢س - ٣

ب) ص = س - ٣

جـ) ص = س + ٤

د) ص = ٢س + ٣

١٣ **قياس:** محيط المثلث المتطابق الأضلاع يساوي ٣ أمثال طول ضلعه. اكتب دالة تمثل محيط المثلث المتطابق الأضلاع (مح) الذي طول ضلعه (ل)، ثم أوجد طول ضلع مثلث محيطه ١٢ سم. (الدرس ٨ - ٢)

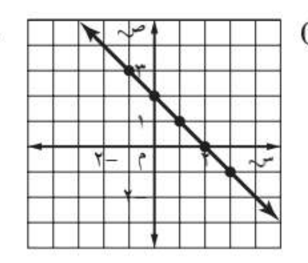
مَثِّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا: (الدرس ٨ - ٣)

١٤ ص = س + ٦ ١٥ ص = ٢س - ٥

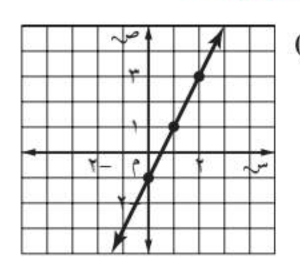
١٦ **اختيار من متعدد:** أي مستقيم مما يأتي يمثل المعادلة ص = ٢س - ١؟ (الدرس ٨ - ٣)



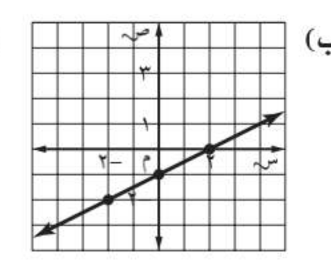
أ)



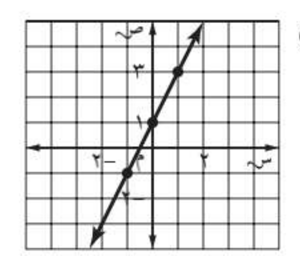
جـ)



ب)



د)



إيجار: تقوم سيارة الأجرة باستعمال العداد الإلكتروني لاحتساب أجرتها، حيث يحتسب ٥ ريالات في بداية فتح العداد، ثم ٠,٧٥ ريال لكل كيلومتر تقطعه السيارة. ويمكن حساب الأجرة (ص) التي يدفعها شخص استخدم السيارة مسافة (س) كيلومتر بالمعادلة ص - ٠,٧٥ س = ٥ (الدرس ٨ - ٣)

١٧ مثّل دالة الأجرة بيانيًّا.

١٨ كم ريالًا يدفع شخص استأجر السيارة مسافة ١٦ كلم؟





٨-٤ ميل المستقيم

إستعد



سلامة: يستعمل سلم الشاحنة المتحرك للوصول إلى أعلى البنايات.



١) يعبر عن معدل التغير في ارتفاع السلم بنسبة ارتفاع السلم إلى بُعد قاعدته عن البناية. اكتب هذا المعدل في صورة كسر في أبسط صورة.

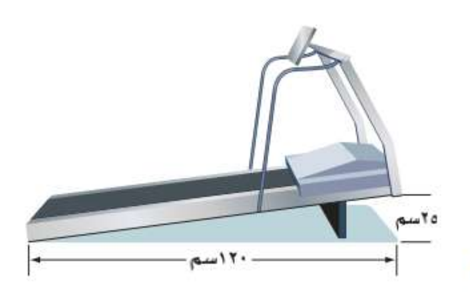
٢) أوجد معدل تغير ارتفاع السلم إذا ارتفع ١٠٠ قدم وكانت قاعدته على بعد ٥٠ قدمًا من البناية.

يستعمل مصطلح الميل لوصف انحدار الخط المستقيم عدديًّا. **فالميل** هو نسبة **التغير الرأسي** (الارتفاع) إلى **التغير الأفقي** (المسافة الأفقية) وليست هنالك مشكلة في اختيار أيِّ نقطتين لإيجاد الميل أو معدل التغير في الدوال الخطية؛ لأن معدل التغير ثابت دائمًا.



مثال من واقع الحياة

١) **رياضة:** أوجد ميل جهاز المشي المجاور.



الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ تعريف الميل.

= $\frac{\text{٢٥ سم}}{\text{١٢٠ سم}}$ التغير الرأسي = ٢٥ سم، التغير الأفقي = ١٢٠ سم

= $\frac{٥}{٢٤}$ بسّط.

ميل جهاز المشي هو $\frac{٥}{٢٤}$.

تحقق من فهمك:



أ) **بيوت:** تصمم البيوت في أوروبا بحيث تكون أسطحها منحدرة؛ حتى لا يتكدس الثلج عليها. أوجد ميل السطح المجاور.

لأن الميل هو معدّل التغير، فإنه يمكن أن يكون موجبًا (مائلًا لأعلى)، أو سالبًا (مائلًا لأسفل).



إرشادات للدراسة

حركة التغير الرأسي والأفقي

فوق ← موجب

تحت ← سالب

يمين ← موجب

يسار ← سالب

مثال

إيجاد الميل باستعمال الرسم

٢ أوجد ميل المستقيم

اختر نقطتين على المستقيم. فيكون التغير الرأسي وحدتين في حين يكون التغير الأفقي ٣ وحدات.

الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ تعريف الميل.

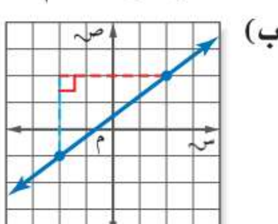
= $\frac{٢}{٣}$ التغير الرأسي = ٢، والتغير الأفقي = ٣.

ميل المستقيم هو $\frac{٢}{٣}$.

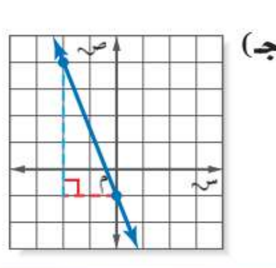
تحقق من فهمك:

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

ب)



جـ)



يمكن إيجاد الميل بإيجاد نسبة التغير في قيم ص إلى التغير في قيم س لأي نقطتين على الخط.

مثال

إيجاد الميل باستعمال الجدول

٣ تقع النقاط المبينة في الجدول المجاور على مستقيم. أوجد ميل المستقيم، ثم مثّله بيانيًا.

س	١	٣	٥	٧
ص	١٢	٩	٦	٣

(التغير في س: +٢، +٢، +٢ ؛ التغير في ص: −٣، −٣، −٣)

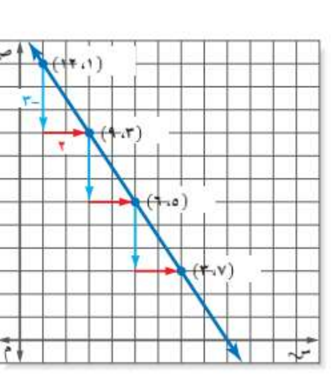
اختر أي نقطتين من الجدول وأوجد التغير في كل من س ، ص.

الميل = $\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$

= $\frac{٩-١٢}{٣-١}$

= $\frac{-٣}{٢}$ = $\frac{٣-}{٢}$

ميل المستقيم هو $\frac{٣-}{٢}$.



إرشادات للدراسة

الميل

يمكنك اختيار أي نقطتين لحساب الميل. ومهما كانت قيمة ص التي تستعملها أولًا، فتأكد من استعمال قيمة س المناظرة لها.

تحقق من فهمك:

أوجد المستقيم الذي تقع عليه النقاط المعطاة في كل من الجدولين الآتيين مما يأتي، ثمّ مثّله بيانيًا:

د)

س	٦−	٢−	٢	٦
ص	٢−	١−	٠	١

هـ)

س	٤−	٠	٤	٨
ص	١−	٢−	٣−	٤−



أوجدت الميل باستعمال $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ وَ $\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$ ، ويمكنك إيجاد ميل المستقيم باستعمال إحداثيات أي نقطتين على المستقيم. حيث يعبّر عن إحدى النقطتين بالزوج المرتب ($س_١$، $ص_١$)، وعن الثانية بالزوج المرتب ($س_٢$، $ص_٢$). ويُسمى العددان الصغيران تحت الرمزين س، ص دليلي المتغيرين.

لغة الرياضيات

العدد تحت الرمز: يقرأ الرمز $س_١$ سين واحد، ويقرأ الرمز $س_٢$ سين اثنين، وتستعملان للتعبير عن إحداثيين مختلفين لِـ س.

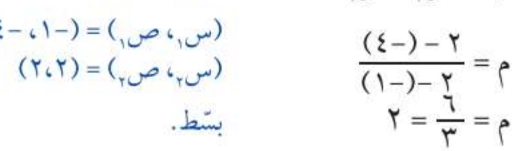


صيغة الميل — مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: الميل م للمستقيم المار بالنقطتين ($س_١$، $ص_١$)، ($س_٢$، $ص_٢$) هو النسبة في فرق الإحداثيين الصاديين إلى فرق الإحداثيين السينيين المناظرين.

النموذج:

الرموز: $م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ، حيث $س_٢ \neq س_١$



مثالان — **إيجاد الميل باستعمال الإحداثيات**

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

٤ جـ(−١، −٤)، د(٢، ٢)

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ تعريف الميل.

$م = \frac{٢ - (-٤)}{٢ - (-١)}$ ($س_١$، $ص_١$) = (−١، −٤)، ($س_٢$، $ص_٢$) = (٢، ٢)

$م = \frac{٦}{٣} = ٢$ بسّط.

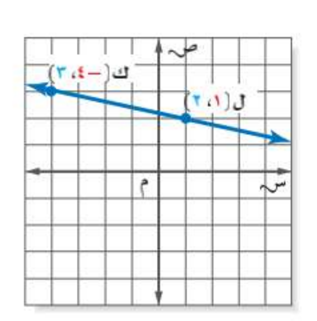
تحقق: عند التحرك من اليسار إلى اليمين يميل الخط إلى الأعلى وهذا صحيح، فالميل موجب.

٥ ل (١، ٢)، ك (−٤، ٣)

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ تعريف الميل.

$م = \frac{٣ - ٢}{-٤ - ١}$ ($س_١$، $ص_١$) = (١، ٢)، ($س_٢$، $ص_٢$) = (−٤، ٣)

$م = \frac{١}{-٥} = -\frac{١}{٥}$ بسّط.



تحقق: عند التحرك من اليسار إلى اليمين، يميل الخط إلى الأسفل وهذا صحيح، فالميل سالب. ✓

إرشادات للدراسة

استعمال صيغة الميل

ليس مهمًا تحديد أي النقطتين ($س_١$، $ص_١$)، وأيهما ($س_٢$، $ص_٢$) ولكن يجب استعمال إحداثيات النقطتين بالترتيب نفسه. للتحقق من ذلك ضع في مثال ٥: ($س_١$، $ص_١$) = (−٤، ٣)، ($س_٢$، $ص_٢$) = (١، ٢)، ثم أوجد الميل.

تحقق من فهمك:

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

و) أ(٢، ٢)، ب(٥، ٣) **ز)** جـ(−٢، ١)، د(٠، −٣) **ي)** ك(−٧، −٤)، ل(−٣، −٢)



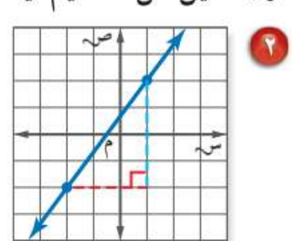
المثال ١

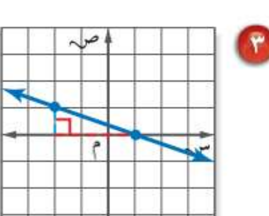
١ **بنايات** أوجد ميل سقف الغرفة المجاورة.



المثال ٢

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

٢


٣


المثال ٣

٤ تقع النقاط في الجدول المجاور على خط مستقيم. أوجد ميل الخط، ثم مثله بيانيًّا.

س	٠	١	٢	٣
ص	١	٣	٥	٧

المثالان ٤، ٥

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

٥ أ(-٣، -٢)، ب(٥، ٤)

٦ جـ(-٤، ٢)، د(١، ٥)

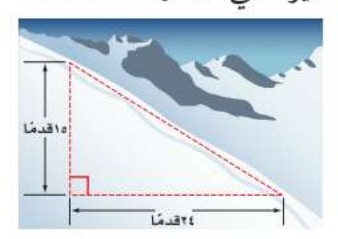
٧ هـ(-٦، ٥)، و(٣، -٣)

٨ ك(١، ٥)، ل(٤، -٣)

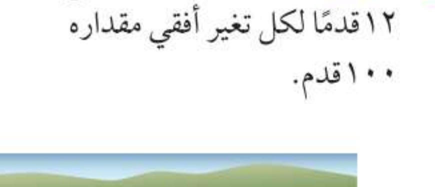
تــدرَّب وحلَّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٩، ١٠	١
١١-١٤	٢
١٥، ١٦	٣
١٧ - ٢٢	٤، ٥

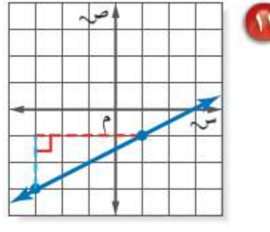
٩ **تزلج:** أوجد ميل طريق التزلج الذي ينحدر بمقدار ١٥ قدمًا لكل تغير أفقي مقداره ٢٤ قدمًا.

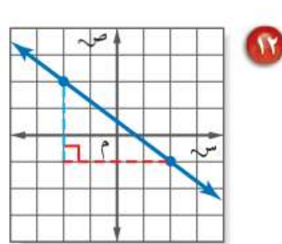


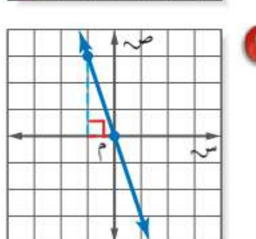
١٠ **طرق:** أوجد ميل طريق ترتفع ١٢ قدمًا لكل تغير أفقي مقداره ١٠٠ قدم.

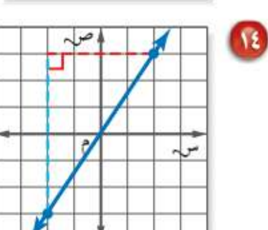


أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

١١


١٢


١٣


١٤


أوجد ميل المستقيم الذي تقع عليه النقاط المعطاة في كلٍّ من الجدولين الآتيين، ثم مثّله بيانيًّا:

⑮

س	٠	٢	٤	٦
ص	٩	٤	-١	-٦

⑯

س	-٣	٣	٩	١٥
ص	-٣	١	٥	٩

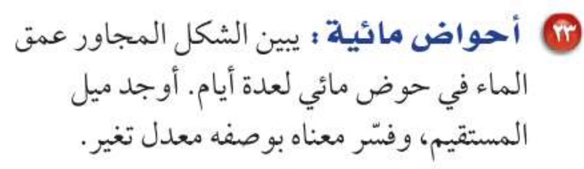
أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط الآتية:

⑰ أ(٠، ١)، ب(٢، ٧) ⑱ جـ(٢، ٥)، د(٣، ١) ⑲ هـ(١، ٢)، و(٤، ٧)

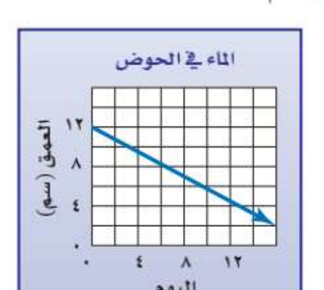
⑳ ك(-٦، -١)، ل(٤، ١) ㉑ ي(-٩، ٣)، ك(٢، ١) ㉒ م(-٢، ٣)، ن(٧، -٤)



الربط بالحياة: من حقوق ذوي الإعاقة الحركية: تخصيص مقاعد خاصة بهم في وسائل النقل، ومواقف خاصة بسياراتهم، وتزويد البنايات بمداخل تلبي احتياجاتهم.



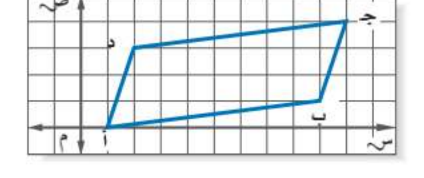
㉓ **أحواض مائية:** يبين الشكل المجاور عمق الماء في حوض مائي لعدة أيام. أوجد ميل المستقيم، وفسّر معناه بوصفه معدل تغير.





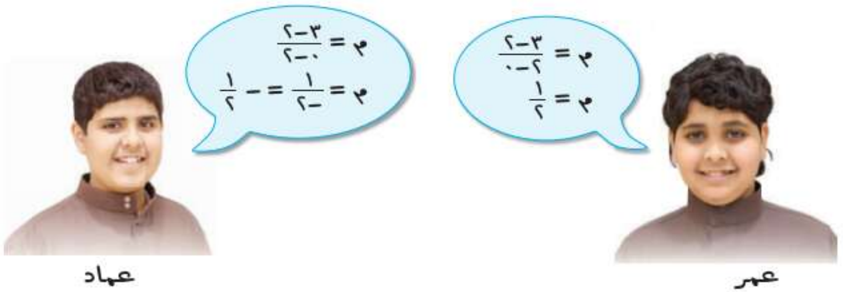
㉔ **احتياجات خاصة:** أقصى ميلان لمدخل البنايات العامة هو بوصة واحدة رأسيًّا لكل قدم واحدة أفقيًّا؛ وذلك من أجل سلامة دخول الكراسي المتحركة. فهل يتناسب الميلان ١٠ أقدام أفقيًّا مع ارتفاع ٨ بوصات في هذا الوضع؟ فسِّر إجابتك.

㉕ **هندسة** لكل خطين متوازيين الميل نفسه. بناءً على ذلك، حدّد إذا كان الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع أم لا، وبرر إجابتك.



مسائل
مهارات التفكير العليا

㉖ **اكتشف الخطأ:** أوجد كل من عمر وعماد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين س(٠، ٢)، ص(٢، ٣)، فأيُّهما على صواب؟ فسِّر إجابتك.



عمر عماد

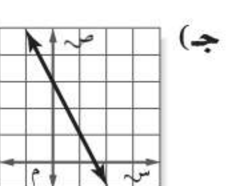
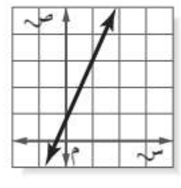
㉗ **تحدّ:** أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمثل دالة تعبر عن محيط الدائرة بوصفها دالة في نصف القطر.

㉘ **اكتب** فسِّر لماذا تبقى نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي نفسها عند إيجاد الميل للدالة الخطية.

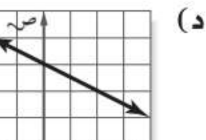
تدريب على اختبار

٢٩ أيّ من التمثيلات الآتية يمثل مستقيمًا ميله –٢؟

أ)


جـ)



ب)


د)



٣٠ ما ميل المستقيم في الشكل الآتي؟

أ) $-\frac{٤}{٣}$ جـ) $\frac{٣}{٤}$

ب) $-\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{٤}{٣}$



مراجعة تراكمية

مثل كل دالة فيما يأتي بيانيًا: (الدرس ٨ – ٣)

٣١ ص = ٥س **٣٢** ص = س – ٢ **٣٣** ص = ٢س – ١ **٣٤** ص = ٣س + ٢

٣٥ **حليب:** يمكن تخزين عبوة الحليب السائل بعد فتحها عدة أيام دون أن تفسد، وذلك بحسب درجة الحرارة وفقًا للمعادلة ي = –٤س + ٢٦؛ حيث تمثل ي الزمن بالأيام، وَ س درجة الحرارة السيليزية لمكان التخزين. كم يومًا يمكن تخزين عبوة حليب في درجة حرارة ٤° س دون أن تفسد؟ (الدرس ٨ – ٢)

انسخ جدول كل دالة فيما يأتي وأكمله، ثم اذكر مجال كل دالة ومداها: (الدرس ٨ – ٢)

٣٦ د(س) = ٢س + ٣

س	٢س+٣	د(س)
-٢		
-١		
٣		
٥		

٣٧ د(س) = ٥ – ٣س

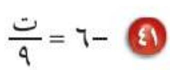
س	٥-٣س	د(س)
-٣		
-٢		
١		
٤		

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حل كل معادلة فيما يأتي:

٣٨ ٤٢ = –٤س – ٣ **٣٩** ١٤٤ = ١٠أ **٤٠** $\frac{ن}{٣} = ٧$ **٤١** $-٦ = \frac{ت}{٩}$








٨ ـ ٥ التغير الطردي

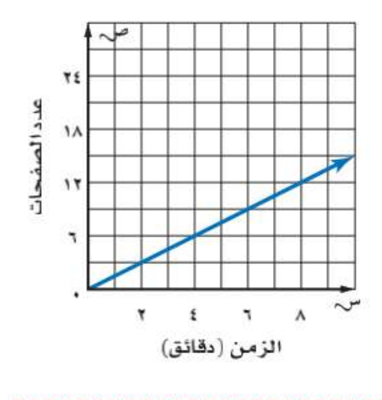


فكرة الدرس:
أستعمل التغير الطردي لحل المسائل .

المفردات
التغير الطردي
ثابت التغير

استعد

حواسيب: استعمل التمثيل البياني المجاور الذي يبين نواتج الطابعة الملونة.



١) ما المعدل الثابت للتغير أو ميل المستقيم؟

٢) هل يتناسب عدد الصفحات المطبوعة مع زمن الطباعة دائمًا؟ وإذا كان كذلك فما النسبة الثابتة؟

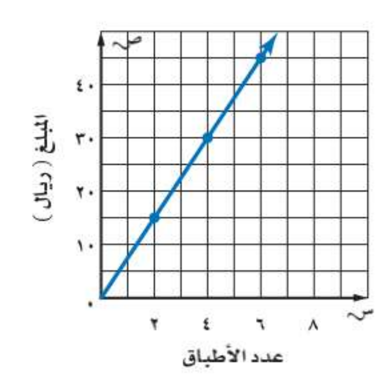
٣) قارن المعدل الثابت للتغير بالنسبة الثابتة.

في المثال أعلاه، يتغير كل من عدد الصفحات المطبوعة وعدد الدقائق، على حين تظل نسبة عدد الصفحات المطبوعة إلى الدقائق ثابتة وهي ١,٥ صفحة لكل دقيقة.

عندما تكون النسبة بين كميتين متغيرتين ثابتة، تُسمى العلاقة بينهما **تغيرًا طرديًّا**، وتُسمى النسبة الثابتة **ثابت التغير**.

مثال من واقع الحياة — إيجاد النسبة الثابتة

١) **الطبق الخيري: يبيّن التمثيل البياني المجاور المبالغ التي جمعتها سارة في مهرجان الطبق الخيري، والذي رُصد ريعه للأعمال الخيرية. حدّد المبلغ الذي حصلت عليه سارة مقابلة بيع كل طبق.**



بما أن المعلومات في التمثيل تشكل خطًّا مستقيمًا، فإن معدل التغير يكون ثابتًا، استعمل التمثيل البياني لإيجاد النسبة الثابتة.

$$\frac{\text{المبلغ الذي تم جمعه}}{\text{عدد الأطباق}} \leftarrow \frac{١٥}{٢} = \frac{٧,٥}{١} \quad \frac{٣٠}{٤} = \frac{٧,٥}{١} \quad \frac{٤٥}{٦} = \frac{٧,٥}{١} \quad \frac{٦٠}{٨} = \frac{٧,٥}{١}$$

فتكون سارة قد حصلت على ٧,٥ ريالات لكل طبق واحد.

تحقق من فهمك:

أ) **مظلي:** هبط مظلي من ارتفاع ١٩٠٠ قدم في دقيقتين بعد فتح مظلته، وهبط ٤٧٥٠ قدمًا في ٥ دقائق. إذا كانت المسافة تتغير طرديًّا مع الزمن، فما معدل نزول المظلي؟

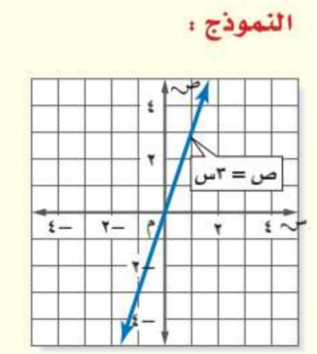
يُرمز لثابت التغير أو الميل في معادلة التغير الطردي عادة بالمتغير ك.

التغيّر الطردي

مفهوم أساسي

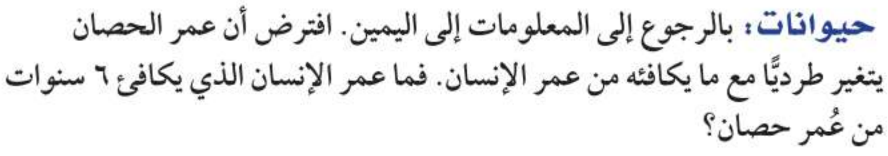
التعبير اللفظي: التغير الطردي: هو علاقة تكون فيها نسبة ص إلى س ثابتة (ك). ويعبر عن ذلك بأن ص تتغير طرديًّا مع س.

النموذج:



الرموز: ك = $\frac{ص}{س}$ أو ص = ك س حيث ك ≠ صفر

مثال: ص = ٣س



حل مسائل التغير الطردي



الربط بالحياة: لكل حيوان أليف معدل عمر مختلف مقارنة بعمر الإنسان، فمثلًا سنة واحدة من عمر الحصان تقابل ٣ سنوات من عمر الإنسان.

٢ حيوانات: **بالرجوع إلى المعلومات إلى اليمين. افترض أن عمر الحصان يتغير طرديًّا مع ما يكافئه من عمر الإنسان. فما عمر الإنسان الذي يكافئ ٦ سنوات من عُمر حصان؟**

اكتب معادلة التغير الطردي. لتكن س تمثل عمر الحصان، ص تمثل عمر الإنسان المكافئ له.

ص = ك س	تغير طردي.
٣ = ك (١)	ص = ٣، س = ١.
٣ = ك	بسّط.
ص = ٣س	عوض عن ك بـ ٣.

استعمل المعادلة لإيجاد ص عندما س = ٦.

ص = ٣س	
ص = ٣ (٦)	س = ٦.
ص = ١٨	بسّط.

إذن ٦ سنوات من عُمر حصان تكافئ ١٨ سنة من عمر إنسان.

تحقق من فهمك:

ب) تسوق: يبيع محل خضار ٦ برتقالات بـ ١٢ ريالًا. فما ثمن ١٠ برتقالات؟

إرشادات للدراسة

تناسبات

يمكنك استعمال التناسب لحل مسائل التغير الطردي، وفي المثال ٢ اكتب نسبًا لمقارنة عمر الإنسان المكافئ للعمر الفعلي للحصان

$\frac{٣}{١} = \frac{س}{٦}$

١٨ = س

في التغير الطردي، ثابت التغير ك هو ثابت معدل التغير. وعندما تتغير قيمة س بمقدار أ، فإن قيمة ص المناظرة تكون ك أ. ففي المثال السابق عندما تغيرت س بمقدار ٦، تغيرت ص بمقدار ٣(٦) = ١٨.

إرشادات للدراسة
مراجعة
لمراجعة العلاقات المتناسبة راجع الدرسين ٣-١، ٣-٤.

ليست جميع العلاقات التي يكون معدل تغيرها ثابتًا تكون متناسبة. وبالمثل، فالدوال الخطية ليست جميعها تغيرات طردية.

مثالان تحديد التغير الطردي

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تمثّل تغيرًا طرديًّا أم لا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

٣)

الكيلومترات س	٢٥	٥٠	٧٥	١٠٠
اللترات ص	١٠	٢٠	٣٠	٤٠

قارن بين النسب وتحقق من تساويها.

$\frac{\text{اللترات}}{\text{الكيلومترات}} \leftarrow \frac{١٠}{٢٥} = \frac{٢}{٥} \quad \frac{٢٠}{٥٠} = \frac{٢}{٥} \quad \frac{٣٠}{٧٥} = \frac{٢}{٥} \quad \frac{٤٠}{١٠٠} = \frac{٢}{٥}$

بما أن النسب نفسها، فالدالة تمثّل تغيرًا طرديًّا، وثابت التغير يساوي $\frac{٢}{٥}$.

٤)

الساعات س	٢	٤	٦	٨
الإيرادات ص	٣٦	٥٢	٦٨	٨٤

$\frac{\text{الإيرادات}}{\text{الساعات}} \leftarrow \frac{٣٦}{٢} = \frac{١٨}{١} \quad \frac{٥٢}{٤} = \frac{١٣}{١} \quad \frac{٦٨}{٦} = \frac{١١,٣٣}{١} \quad \frac{٨٤}{٨} = \frac{١٠,٥}{١}$

النسب ليست نفسها، فالدالة ليست تغيرًا طرديًّا.

تحقق من فهمك:

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تمثّل تغيرًا طرديًّا أم لا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

جـ)

الأيام س	٥	١٠	١٥	٢٠
الارتفاع ص	١٢,٥	٢٥	٣٧,٥	٥٠

د)

الوقت س	٤	٦	٨	١٠
المسافة ص	١٢	١٦	٢٠	٢٤

إرشادات للدراسة
التغيرات الطردية
لاحظ أن منحنى التغير الطردي الذي يمثل علاقة خطية متناسبة هو مستقيم يمر بنقطة الأصل.

ملخص المفهوم

الدالة الخطية المتناسبة

الجدول:

س	٢-	١-	١	٢
ص	٤-	٢-	٢	٤
$\frac{ص}{س}$	٢	٢	٢	٢

التمثيل البياني:

ص، س، م

المعادلة:
ص=٢س

الدالة الخطية غير المتناسبة

الجدول:

س	٢-	١-	١	٢
ص	٥-	٣-	١	٣
$\frac{ص}{س}$	$\frac{٥}{٢}$	٣	١	$\frac{٣}{٢}$

التمثيل البياني:

ص، س، م

المعادلة:
ص=٢س - ١

تأكَّد

المثال ١

١ **تصنيع:** يتغير عدد الحواسيب المصنعة تغيرًا طرديًّا مع ساعات عمل خط الإنتاج. وفقًا للشكل المجاور، ما نسبة الحواسيب المصنعة إلى ساعات الإنتاج؟

المثال ٢

٢ **مواصلات:** تقطع حافلة مسافة ٣٣٦ كلم في $\frac{1}{2}$ ٣ساعة. إذا افترضت أن المسافة المقطوعة تتناسب طرديًا مع زمن السفر، فكم تقطع الحافلة في ٦ ساعات؟

المثالان ٣ ، ٤

٣ حددّ ما إذا كانت الدالة الخطية الممثلة بالجدول المجاور تمثل تغيرًا طرديًّا أم لا، وإذا كانت كذلك، فاذكر ثابت التغير.

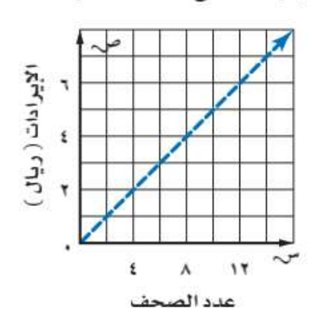
الساعات س	٢	٣	٤	٥
الكيلومترات ص	١١٦	١٧٤	٢٣٢	٢٩٠

تــدرَّب وحلِّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٤ ، ٥	١
٦ - ١٠	٢
١١ - ١٤	٣ ، ٤

٤ **تشجير:** زرعـت جميلة بعض البذور، وبعد أن ظهرت فوق سطح الأرض، وجدت أن ارتفاعها يتغير طرديًّا مع عدد الأيام، فما معدل نموها؟

٥ **وظائف:** يعمل خالد في توزيع الصحف اليومية، ويتناسب إيراده طرديًّا مع عدد الصحف التي يوزعها. فما إيراده لكل صحيفة يوزعها؟



٦ **غواصات:** بعد ١٠ دقائق من نزول غواصة من قارب البحث، كانت على عمق ٢٥ مترًا تحت سطح الماء. وبعد ٣٠ دقيقة أصبحت على عمق ٧٥ مترًا. فما معدل نزول الغواصة؟

٧ **قرطاسية:** اشترت عائلة ٣ أقلام بـ ١٠,٥ ريالات. وفي الأسبوع التالي اشترت ٥ أقلام أخرى من النوع نفسه بـ ١٧,٥ ريالًا. فما قيمة القلم الواحد؟

٨ **طلاء:** إذا استعمل عامر ١٢ لترًا من الدهان لطلاء ٣١٥ م^{٢}، و ٢٠ لترًا لطلاء ٥٢٥ م^{٢} إضافيًّا، فكم لترًا من الدهان يحتاج إليه لطلاء ٨٤٠ م^{٢} ؟







الربط بالحياة: تعبر النسبة القطرية لشاشة التلفاز عن نسبة عرض الشاشة إلى ارتفاعها. وهي في الشاشات العادية ٤:٣ على حين أنها في شاشات أخرى ١٦ : ٩.

٩ **إلكترونيات:** يتناسب عرض شاشة التلفاز طرديًّا مع ارتفاعها. إذا أنتج مصنع شاشة تلفاز عرضها ٦٠ سم وارتفاعها ٣٣,٧٥ سم، فأوجد ارتفاع شاشة تلفاز عرضها ٩٠ سم.

١٠ **كعك:** تحتاج روان لصُنع كعكة تكفي ١٢ شخصًا إلى $٢\frac{٣}{٤}$ كوب طحين. فكم كوبًا من الطحين تحتاج إليه لعمل كعكة لـ ٣٠ شخصًا؟

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تشكل تغيرًا طرديًّا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

١١

الصور س	٥	٦	٧	٨
الثواني ص	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢

١٢

الدقائق س	٢٠٠	٤٠٠	٦٠٠	٨٠٠
التكلفة ص	٦٥	١١٥	١٦٥	٢١٥

١٣

العمر س	١٠	١١	١٢	١٣
الصف ص	٥	٦	٧	٨

١٤

الثمن س	١٠	١٥	٢٠	٢٥
الربح ص	٠,٧٠	١,٠٥	١,٤٠	١,٧٥

جبر: إذا كانت ص تتغير طرديًّا مع س. فاكتب معادلة التغير الطردي، ثم أوجد القيمة المطلوبة.

١٥ إذا كانت ص = −١٢ عندما س = ٩، فأوجد قيمة ص عندما س = −٤.

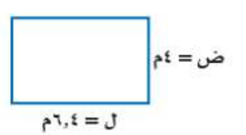
١٦ إذا كانت ص = ٨ عندما س = ٢٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ١٠.

١٧ إذا كانت ص = −٦ عندما س = −١٤، فما قيمة س عندما ص = −٤؟

١٨ **قياس:** يتغير عدد السنتمترات طرديًّا مع عدد البوصات. أوجد طول جسم بالسنتمترات إذا كان طوله ٥٠ بوصة.

البوصات س	٦	٩	١٢	١٥
السنتمترات ص	١٥,٢٤	٢٢,٨٦	٣٠,٤٨	٣٨,١٠

١٩ **قياس:** يتغير طول المستطيل المبين في الشكل المجاور طرديًّا مع عرضه. فما محيطه عندما يصبح عرضه ١٠م؟



مسائل مهارات التفكير العليا

٢٠ **مسألة مفتوحة:** حدّد قيمًا لكلٍّ من س، ص في علاقة تغير طردي تكون فيها ص = ٩ عندما س = ١٦.

٢١ **تحدٍّ:** تتناسب كمية الطلاء المطلوبة لتغطية سطح خشبي طرديًّا مع مساحة السطح. فإذا كانت ٣ عبوات تكفي لتغطية ١,٢ م^{٢}. فكم عبوة تلزم لتغطية ١٥,٣ م^{٢}؟

٢٢ **اكتب** معادلة تغير طردي، ثم اضرب قيمة س في ٣. وفسّر كيف تجد التغير في قيمة ص المناظرة.

تدريب على اختبار

٢٣ أجرى سعد تجربة في مختبر العلوم وسجلوا نتائج طول استطالة النابض (الزنبرك) كما هو مبيّن في الجدول أدناه:

طول استطالة النابض	
استطالة النابض س (سم)	كتلة الثقل (جرام)
٠	٠
٢	١٢
٥	٣٠
٩	٥٤
١٢	٧٢

أي المعادلات الآتية تعطي أفضل تمثيل للعلاقة بين استطالة النابض (س) وكتلة الثقل المعلق فيه (ص)؟

أ) ص = −٦س

جـ) ص = $-\frac{س}{٦}$

ب) ص = ٦س

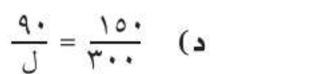
د) ص = $\frac{س}{٦}$

٢٤ **إجابة قصيرة:** قرأت مها ١٢ صفحة قراءة حرّة في ٣٠ دقيقة. كم صفحة ستقرأ في ٤٥ دقيقة؟

٢٥ في وصفة لصنع عصير فواكه مزجت الجوهرة ١٥٠ مل من عصير التفاح مع ٩٠ مل من عصير البرتقال. إذا صنعت عصير الفواكه مستعملة ٣٠٠ مل من عصير التفاح. فأي التناسبات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد عدد مللترات عصير البرتقال (ل) التي ستستعملها؟

أ) $\frac{٩٠}{١٥٠} = \frac{ل}{٣٠٠}$

جـ) $\frac{٩٠}{١٥٠} = \frac{٣٠٠}{ل}$



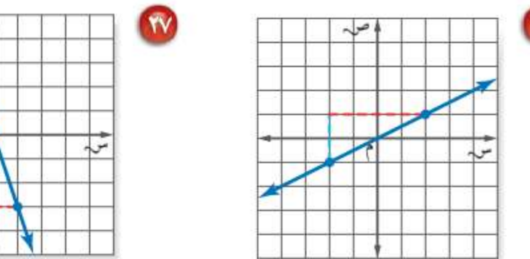
ب) $\frac{٩٠}{٣٠٠} = \frac{ل}{١٥٠}$

د) $\frac{١٥٠}{٣٠٠} = \frac{٩٠}{ل}$

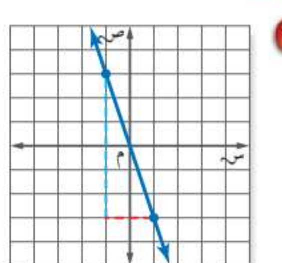
مراجعة تراكمية

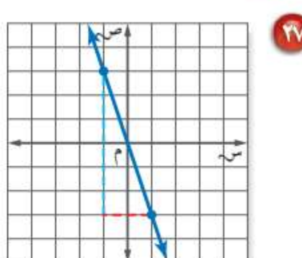
أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: (الدرس ٨ – ٣)

٢٦

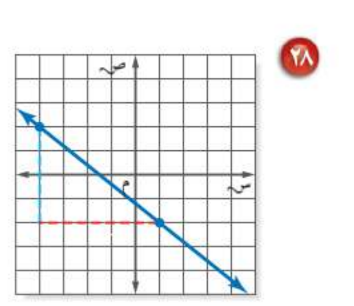


٢٧





٢٨

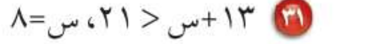


٢٩ **عمل:** الدالة ج = ١٥ت تصنف العلاقة بين عدد ساعات العمل (ت)، ومقدار الأجر (ج) الذي يتقاضاه صالح من عمله. مثّل الدالة بيانيًّا لتحديد مقدار الأجر الذي يتقاضاه صالح إذا عمل ٢٠ ساعة. (الدرس ٨ – ٣)

بيّن إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة في القيمة المعطاة: (الدرس ٧ – ٦)

٣٠ ١٨−ن < ٤، ن=١١

٣١ ١٣+س < ٢١، س=٨



٣٢ ٣٤ ≥ ٥ي، ي=٧

الاستعداد للدرس اللاحق

٣٣ **مهارة سابقة:** قام منسق مبيعات بترتيب علب حلوى بعضها فوق بعض فوضع ٥ علب في الصف العلوي، و٧ علب في الصف الثاني أدناه، و٩ علبٍ في الصف الثالث أدناه، وهكذا... إذا كان الترتيب الذي صف به العلب يتكون من ١٠ صفوف، فما عدد العلب التي رتبها؟ استعمل استراتيجية البحث عن نمط.



استراتيجية حلِّ المسألة

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية "إنشاء نموذج".

إنشاء نموذج



وليد: في معمل الحاسب، أحاول أن أصمم لعبة تتطلب أن يقوم اللاعب بترتيب خمسة مربعات.

مهمتك: أنشئُ نموذجًا لأجد عدد الطرائق الممكنة التي يمكن بها ترتيب خمسة مربعات متلاصقة جنبًا إلى جنب لتكوّن شكلًا واحدًا.

افْهَم	تعلم أنه يجب ترتيب المربعات الخمسة متلاصقة جنبًا إلى جنب. والمطلوب تحديد عدد الطرائق الممكنة لعمل ذلك.
خَطِّط	أنشئُ نموذجًا لتوضح تلك الطرائق المختلفة لترتيب المربعات.
حُلّ	هناك ١٢ طريقة ممكنة لترتيب المربعات.
تحقَّق	تحقق من أن النماذج أعلاه تتضمن جميع الطرائق الممكنة لترتيب المربعات. ولاحظ أن الدوران فقط لا ينتج عنه طريقة جديدة، في حين أن الانعكاس قد ينتج عنه طريقة جديدة.

حلّل الاستراتيجية

١ إذا كان المطلوب من اللاعب أن يرتب ستة مربعات، فكم طريقة مختلفة يمكن بها ترتيب المربعات الستة؟

٢ **اكتب** صف متى تستعمل استراتيجية "إنشاء نموذج" في حل المسائل الرياضية.

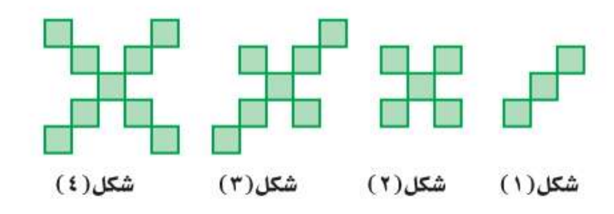


مســـائل متنوعـــة

استعمل استراتيجية "إنشاء نموذج" لحل المسائل ٣-٥:

٣ **تربية فنية:** ينشئ داود نموذجًا لحديقة الحي التي طولها ٩٦ مترًا، وعرضها ٧٢ مترًا. فإذا استعمل المقياس ٨ أمتار = $\frac{1}{2}$ ١ سم، فما أبعاد نموذج الحديقة؟

٤ **أنماط:** كم مربعًا في الشكل رقم ٢٠ وفق النمط الآتي:



٥ **أطعمة:** يتم استعمال قطع مستطيلة الشكل طولها ١١ سم وعرضها $\frac{1}{2}$ ٨ سم لصناعة علبة عصير من الكرتون، وذلك بقطع $\frac{1}{2}$ ١ سم من رؤوس المستطيل. أوجد حجم علبة العصير.

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١٣:

من استراتيجيات حل المسألة
- الرسم
- التخمين والتحقق
- إنشاء نموذج

٦ **كرة الطائرة:** جاء ٨ لاعبين للتدرب على الكرة الطائرة. كم فريقًا مكوَّنًا من ٣ لاعبين يمكن تكوينه منهم؟

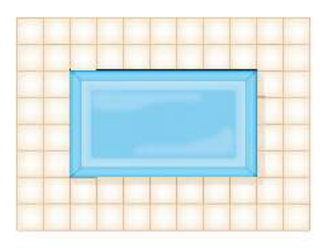
٧ **خدمات طلاب:** يقوم مكتب خدمات طلاب بتصوير الورقة المستقلة بسعر ٠,٢٠ ريالًا، وأوراق الدفاتر بسعر ٠,٢٨ ريالًا. فإذا دفع سعد ١٩ ريالًا، فكم ورقة من كل نوع قام بتصويرها؟

٨ **مطعم:** يصف مطعم طاولات للأكل مربعة الشكل متلاصقة جنبًا إلى جنب، بحيث يجلس أمام كل ضلع من أضلاع الطاولة شخص واحد. فإذا كان عدد الأشخاص ٣٢ شخصًا، فكم طاولة يحتاج إليها المطعم؟

٩ **نقود:** اقترض خالد مبلغ ٢٥٠ ريالًا من زميله، ثم أعاد إليه ٨٢ ريالًا. إذا أراد أن يعيد إليه ١٤ ريالًا كل أسبوع، فكم أسبوعًا يحتاج إليها خالد لسداد قرضه؟

١٠ **لوحات:** تريد هند تعليق ٣ لوحات عرض كلٍّ منها قدمين على جدار غرفتها، بحيث تكون المسافة بين اللوحات بعضها وبعض، وكذلك بين اللوحات ونهايتي الجدار جميعها متساوية. فإذا كان طول الجدار ١٨ قدمًا، فكم يجب أن يكون طول تلك المسافة؟

تبليط: استعمل الشكل الآتي لحل المسألتين ١١ و ١٢ الذي يوضح بلاطًا مربع الشكل طول ضلع الواحدة ١ قدم، ويحيط بحوض سباحة طوله ٧ أقدام وعرضه ٤ أقدام.



١١ باستعمال النموذج أعلاه، كم بلاطة نحتاج إليها إذا كان طول المسبح ١٨ قدمًا، وعرضه ١٢ قدمًا؟

١٢ كم بلاطة نحتاج إليها إذا كان طول المسبح ٣٢ قدمًا، وعرضه ٢٠ قدمًا؟

١٣ **غسيل:** تحتاج مها إلى مشبكين لتثبيت كل قطعة ملابس على حبل الغسيل، ويمكنها أن تثبت قطعتين متجاورتين بمشبك واحد. ما أقل عدد ممكن من المشابك تحتاج إليه لتثبيت ٨ قطع من الملابس؟



الفصل ٨

اختبار الفصل

اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية فيها:

١) ٤، ٨، ١٢، ١٦، ...

٢) −٧، −١٤، −٢١، −٢٨، ...

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

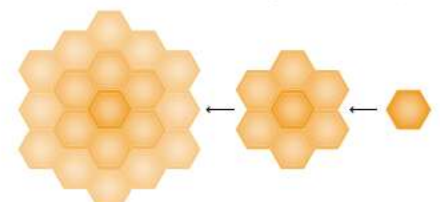
٣) د(٣) إذا كان د(س) = −٢س + ٦

٤) ق(−٢) إذا كان ق(س) = $\frac{س}{٢}$ + ٥

٥) **وظائف:** يتناسب إيراد علي من عمله طرديًّا مع زمن العمل، فإذا كان إيراده ١٨٦٢,٥ ريالًا بعد ٢٥ ساعة عمل. فكم يتقاضى إذا عمل ٣٠ ساعة؟

٦) **أمطار:** إذا كانت كمية الأمطار الهاطلة حتى الساعة ٦ مساءً ٣ سم، فإذا استمر هطل الأمطار بمقدار ٠,٥ سم لكلٍّ من الساعات الثلاث التالية. فكم سنتمترا مقدار هطل الأمطار حتى الساعة ٩ مساءً؟

٧) **خلايا النحل:** يبدأ النحل البلدي عمل الخلايا بخلية ابتدائية واحدة سداسية الشكل، ثم تقوم بعمل حلقة تلو الأخرى حول الخلية الابتدائية، كما هو موضح بالشكل أدناه، لتشكل الحلقات المتتالية حول الخلية الابتدائية متتابعة حسابية:



أ) اكتب الحد النوني الممثل لعدد الخلايا في الحلقات.
ب) أوجد عدد خلايا النحل في الحلقة السادسة.

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

٨) ص = −٢ س + ٥ ٩) ص = $\frac{١}{٣}$ س − ١

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

١٠) أ(−٢، ٥)، ب(−٢، ١) ١١) هـ(٢، −١)، و(٥، −٣)

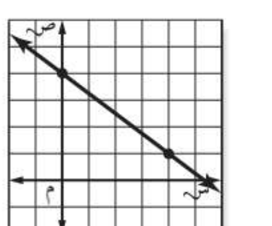
١٢) **اختيار من متعدد:** زرع عصام ١٨ زهرة في ٣٠ دقيقة. فكم زهرة يزرع في ٥٥ دقيقة بالمعدل نفسه؟

أ) ٣٠ ب) ٣٣ جـ) ٣٦ د) ٣٨

١٣) **اختيار من متعدد:** أيّ زوج مرتب فيما يأتي هو حل للمعادلة ص= −٣س؟

أ) (٣، ١) جـ) (١، ٣)
ب) (−٣، ١) د) (١، −٣)

١٤) **اختيار من متعدد:** أوجد ميل المستقيم في الشكل الآتي.



أ) $\frac{-٤}{٣}$
ب) $\frac{-٣}{٤}$
جـ) $\frac{٣}{٤}$
د) $\frac{٤}{٣}$

١٥) **درجات حرارة:** تستعمل الدالة:
ف = $\frac{٩}{٥}$ س + ٣٢ لتحويل درجات الحرارة السيليزية س إلى فهرنهايتة ف. حوّل درجة الحرارة السيليزية ٢٥° إلى فهرنهايتية.

١٦) **إطار:** استعمل نجار إطارًا عرضه ١,٧٥ سم لإحاطة صورة طولها ١٥ سم وعرضها ٩ سم، أوجد محيط الإطار.

١٧) **توفير:** في حصالة خالد ٢٠ ريالًا، ويضيف لها ٥ ريالات كل أسبوع. كم ريالًا سيكون في حصالته بعد ٧ أسابيع؟



الاختبار التراكمي (٨)

القسم ١ اختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة:

١ ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الموضحة في الجدول الآتي؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	ن
قيمة الحد	٠,٦	١,٢	١,٨	٢,٤	٣,٠	؟

أ) ن − ٤ , ٠   جـ) $\frac{٣}{٥}$ن

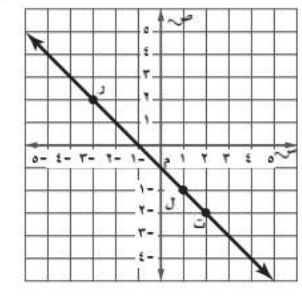
ب) $\frac{ن}{٥}$ د) ن + ٦ , ٠

٢ مخروط قائم ارتفاعه ١٢ سم، وحجمه ٣١٤سم^٣^ ما طول نصف قطر قاعدته؟ (قرب إلى أقرب جزء من عشرة).

أ) ٥   جـ) ١٠

ب) ٨,٣   د) ٢٥

٣ ما العبارة الصحيحة حول ميل المستقيم $\overleftrightarrow{رت}$ ؟



أ) الميل هو نفسه بين أيِّ نقطتين.

ب) الميل بين النقطتين ر ، ل أكبر من الميل بين ل، ت.

جـ) الميل بين النقطتين ر، ت أكبر من الميل بين ل، ت.

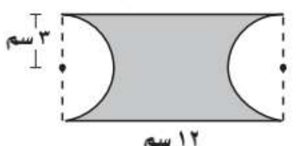
د) الميل موجب.

٤ حل المتباينة ٢ − ٥س ≥ ١٢

أ) س ≥ −٢   جـ) س ≥ ٢

ب) س ≤ −٢   د) س ≤ ٢

٥ ما مساحة الجزء المظلل في الشكل أدناه، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟



أ) ٧,٤ سم^٢^   جـ) ٤٣,٧ سم^٢^

ب) ١٥,٥ سم^٢^   د) ٤١,٠ سم^٢^

٦ تمثل المعادلة: ت = ١٢+ ٢,٥ز المبلغ ت الذي يدفعه سعود لاستعمال خدمة الإنترنت، حيث تمثل ز عدد الساعات المستعملة خلال الشهر. احسب المبلغ الكلي الذي يدفعه سعود إذا استعمل الإنترنت ٩ ساعات؟

أ) ٣٩,٩٥ ريالًا   جـ) ٢٧ ريالًا

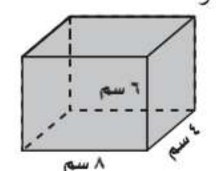
ب) ٣٤,٥٠ ريالًا   د) ٢٢,٥ ريالًا

٧ تستهلك شاحنة ٢٩,٦ لترًا من الوقود في قطع ١٧١,٢ كيلومترًا. فكم لترًا تحتاج لقطع مسافة ٤٠٠ كيلومتر إضافي؟

أ) ٨٥,٨ لترًا   جـ) ٣٨,١ لترًا

ب) ٦٩,٢ لترًا   د) ٩٥,٣ لترًا

٨ ما المساحة الكلية لسطح المنشور الرباعي المجاور؟



أ) ١٤٤ سم^٢^   جـ) ١٩٢ سم^٢^

ب) ١٧٦ سم^٢^   د) ٢٠٨ سم^٢^

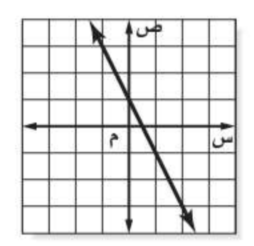
٩ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين: (٠ ، −٣)، (٢ ، ٢) .

أ) −$\frac{٥}{٢}$ جـ) −$\frac{٢}{٥}$

ب) $\frac{٥}{٢}$ د) $\frac{٢}{٥}$



القسم ١٠ إذا كان الشكل الآتي يمثل منحنى المستقيم ص = −٢س + ١، فما الجدول الذي يعبر عن الأزواج المرتبة التي تقع على المستقيم؟



أ)

س	−٢	−١	٠
ص	٥	٣	−١

جـ)

س	−١	٠	١
ص	−٣	−١	١

ب)

س	−٢	−١	٠
ص	٣	١	−١

د)

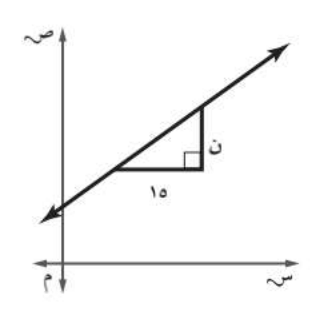
س	−١	٠	١
ص	٣	١	−١

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

١١ يكلف شراء نوع من الطيور ٢٥٠ ريالًا، وتكلف العناية به ٧٠ ريالًا كل شهر لطعامه، ومستلزماته وعلاجه ورعايته وتدريبه. اكتب معادلة وحلها لإيجاد تكلفة شراء الطير والعناية به لمدة عامين.

١٢ إذا كان ميل المستقيم الموضح أدناه $\frac{٤}{٥}$، فما قيمة ن؟



القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٣ يقدم مركز للتزلج عرضين لدخوله، فيعرض تذكرة الدخول اليومية بِـ ٤٠ ريالًا أو الاشتراك الشهري بِـ ٤٠٠ ريالٍ.

عدد مرات الدخول	١	٢	٣	٤	٥
التكلفة الكلية للدخول اليومي	٤٠	٨٠			
التكلفة الكلية للاشتراك	٤٠٠	٤٠٠			

أ) هل المتتابعة المتكونة من التكلفة الكلية للدخول اليومي تمثل متتابعة حسابية أم لا؟ فسّر إجابتك.

ب) هل المتتابعة المتكونة من التكلفة الكلية للاشتراك الشهري تمثل متتابعة حسابية أم لا؟ فسّر إجابتك.

جـ) كم مرّة يمكن لشخص دخول مركز التزلج بحيث يكون الاشتراك الشهري أفضل من الدخول اليومي؟

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟													
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
فراجع الدرس	٨-١	٦-٥	٨-٣	٧-٧	٦-١	٨-٢	٨-٥	٦-٦	٨-٤	٨-٣	٧-٤	٨-٤	٨-١

الفصل

٩

الإحصاء

الفكرة العامة

- أستعمل المقاييس الإحصائية التي تتضمن المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى في وصف البيانات بشكل مختصر، وتنظيمها، وعرضها، وفي المقارنة بين مجموعات من البيانات.

المفردات الرئيسة:

المدرج التكراري (ص١٣٦)

القطاعات الدائرية (ص١٤١)

مقاييس النزعة المركزية (ص١٥٠)



الربط بالحياة:

الحج: يُستعمل الإحصاء والتمثيل البياني غالبًا لوصف التعداد السكاني أو الإحصاءات العامة؛ فمثلًا، بلغ عدد حجاج بيت الله الحرام عام ١٤٣٨هـ ٢,٤ مليون حاج تقريبًا، ٧٤٪ منهم من حجاج الخارج.

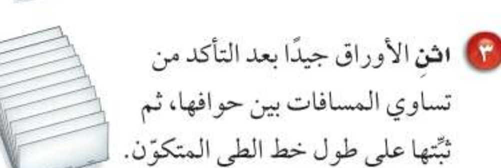
المَطْوِيّاتُ
مُنَظِّمُ أفْكار

الإحصاء: اعمل هذه المطويّة لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بخمس أوراق قياس A4 كما يأتي:




١ **ضع** الأوراق الخمس بعضها فوق بعض بحيث تعلو كل ورقة الورقة التي أمامها مسافة ٢ سم تقريبًا.

٢ **لُف** الأوراق بحيث تكون لحوافها الظاهرة العرض نفسه.




٣ **اثنِ** الأوراق جيدًا بعد التأكد من تساوي المسافات بين حوافها، ثم ثبّتها على طول خط الطي المتكوّن.



٤ **اكتب** عنوان الفصل، وسمِّ كل شريط بعنوان أحد الدروس، وسمِّ الشريط الأخير باسم المفردات.



التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي: انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع	مراجعة سريعة
مثّل مجموعة النقاط الآتية على خط الأعداد: (مهارة سابقة) ١ {٧، ٨، ١٠، ١٥، ١٦} ٢ {١٥، ٢٠، ٢١، ٢٥، ٣٠}	**مثال ١:** مثّل المجموعة{٢، ٤، ٥، ٩} على خط الأعداد. ٠ ٢ ٤ ٦ ٨ ١٠
أوجد ناتج الجمع أو الطرح: (مهارة سابقة) ٣ −٤ + (−٨) ٤ −٥ + ٢ ٥ ٧ + (−٣) ٦ ١ − (−٥) ٧ **طقس:** كانت درجة الحرارة الصغرى ليلًا في مدينة تبوك ٣° س، في حين بلغت في الليلة التالية −٢°س. فما الفرق بين الدرجتين؟ (مهارة سابقة)	**مثال ٢:** أوجد ناتج: ٦ + (−٤). ٦ + (−٤) = ٢ ٦ و −٤ لهما إشارتان مختلفتان، بطرح قيمتيهما المطلقتين، ٦ و٤ يكون الناتج هو ٢، ويحمل إشارة العدد الذي قيمته المطلقة أكبر وهو (٦).
رتّب الأعداد النسبية الآتية من الأصغر إلى الأكبر: (الدرس ١-٢) ٨ ٠,٢٣ ، ٢,٠٣ ، ٠,٣٢ ٩ ٥,٤ ، ٥,٦٤ ، ٥,٤٦ ، ٥,٦ ١٠ ٠,٠١ ، ١,٠١ ، ٠,١٠ ، ١,١٠ ١١ **اتصالات:** بلغت تكلفة اتصالات كلٍّ من عبدالله وسلطان ومحمد في هذا الشهر ١٢٠,٧١ ، ١٢٠,١٧، ١٢٠,٠٧ ريالًا على الترتيب. رتّب هذه المبالغ ترتيبًا تصاعديًّا. (الدرس ١-٢)	**مثال ٣:** رتِّب الأعداد النسبية الآتية من الأصغر إلى الأكبر: ٦,٠٨ ، ٠,٦٨ ، ٨,٦٠ . رتِّب الفواصل العشرية بعضها فوق بعض. ٦,٠٨ قارن بين الأرقام في كل منزلة. ٠,٦٨ ٨,٦٠ فيكون الترتيب للأعداد من الأصغر إلى الأكبر هو: ٠,٦٨ ، ٦,٠٨ ، ٨,٦٠ .
حلّ المسائل الآتية: (الدرس ٤-٤) ١٢ أوجد قيمة ٥٢٪ من ٣٦٠ ١٣ ما قيمة ٣٦٪ من ٣٦٠ ؟ ١٤ أوجد قيمة ١٤٪ من ٣٦٠	**مثال ٤:** ما قيمة ٧٢٪ من ٣٦٠ ؟ ٧٢٪ من ٣٦٠ = ٠,٧٢ × ٣٦٠ كتابة النسبة المئوية على صورة كسر عشري. = ٢٥٩,٢ اضرب.

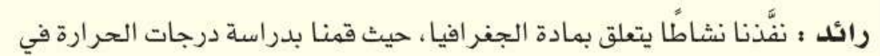




استراتيجية حلِّ المسألة

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية "إنشاء جدول" .

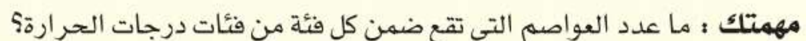
أنشئ جدولًا



رائد : نفَّذنا نشاطًا يتعلق بمادة الجغرافيا، حيث قمنا بدراسة درجات الحرارة في ١٠ عواصم عربية في أحد أيام فصل الربيع، فوجدنا أن درجات الحرارة يمكن أن تُنظم ضمن فئات أربع هي: (١ — ١٠)° س مدن باردة ، (١١— ٢٠)° س مدن معتدلة، (٢١ — ٣٠)° س مدن دافئة، أكثر من ٣٠° س مدن حارة.



درجات الحرارة	
٨	١٤
١٢	١٥
١٥	١٤
١٦	٢١
١٠	٣١



مهمتك : ما عدد العواصم التي تقع ضمن كل فئة من فئات درجات الحرارة؟

افْهَم لدينا قائمة بدرجات الحرارة لعشر عواصم. ونريد معرفة عدد العواصم التي تقع ضمن كل فئة من الفئات الأربع.

خَطِّط اعمل جدولًا لتسجيل درجات الحرارة لتلك العواصم في فئات.

حُلّ

الفئات	الإشارات	التكرار
١-١٠	||	٢
١١-٢٠	|||| |	٦
٢١-٣٠	|	١
أكثر من ٣٠	|	١

هناك عاصمتان تتسمان ببرودة الطقس ، وست عواصم معتدلة الحرارة، وعاصمة واحدة دافئة، وأخرى حارة.

تحقَّق قام رائد بدراسة درجة الحرارة في ١٠ عواصم، وبما أن: ٢ + ٦ + ١ + ١ = ١٠، فإن الجدول يبدو معقولًا.

حلِّل الاستراتيجية

١ اذكر إيجابيات وسلبيات ترتيب البيانات في جدول.

٢ صف نوعين من البيانات يمكن ترتيبهما ضمن جدول.

٣ **اكتب** مسألة يمكن حلها باستعمال الجدول ثم حلها.



مسـائل متنوعـة

استعمل استراتيجية "إنشاء جدول" لحل المسألتين ٤ ، ٥:

٤ **شـركة :** تبيِّـن القائمـة الآتيـة الأوقـات التي وصل فيهـا موظفـو إحـدى الشـركات إلـى مقـر عملهـم. نظِّـم البيانـات في جـدول باسـتعمال الفئـات الآتية: ٧:٠٠ – ٧:١٤، ٧:١٥ – ٧:٢٩، ٧:٣٠ – ٧:٤٤، ٧:٤٥–٧:٥٩. ما الفترة الزمنية التي وصل فيها أكبر عدد من الموظفين؟

٧:٣٥	٧:١٠	٧:٣٥	٧:٣٠	٧:١٥
٧:٣٠	٧:٠٠	٧:٢٠	٧:٤٠	٧:٣٠
٧:٢٥	٧:٢٠	٧:٠٠	٧:٢٥	٧:٠٥
٧:٢٥	٧:٤٠	٧:٢٥	٧:١٠	٧:٤٥
٧:١٠	٧:١٥	٧:٣٠	٧:٠٥	٧:٤٠

٥ **كـرة القـدم:** تبيِّن القائمة الآتية عدد الأهداف التي سجَّلها أحد الأندية في ٣٠ مباراة . أوجد عدد الأهداف الذي له أكبر تكرار.

٤	٣	٥	٢	١	٠
١	٠	٤	٣	٢	٠
٢	٣	٤	٣	٣	٢
٣	١	٥	٣	٢	٧
٥	٣	٢	٥	٥	٠

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦ – ١١:

> **من استراتيجيات حلّ المسألة**
> • استعمال التبرير المنطقي
> • حل مسألة أبسط
> • إنشاء جدول

٦ **طعام:** تجلس أسـرة مكونة من ٥ أفـراد على طاولة حولهـا ٥ مقاعد لتناول طعـام الغداء يوميًّـا، فإذا كان مقعـدا الأم والأب محدَّديـن، فبكـم طريقـة يمكـن جلوس بقية أفراد الأسرة؟

٧ **أصدقـاء :** يعيش الأصدقاء سعيد، ومحمد، وعلي، وعبـد الغني، في مدن مختلفـة، هي: جدة ومكة وأبها والقريـات. وفي العطلة زار سـعيد ومحمد صديقهما عبدالغنـي فـي جدة، بينمـا فضَّل عليٌّ البقـاء في أبها. فمـن الـذي يسـكن منهم فـي مكـة علمًا بـأن محمدًا يعيش في أقصى الشمال ؟

٨ **إذاعة :** تبثُّ إذاعة القرآن الكريم ٣٠ حلقة من المصحف المجود كل شهر، فما عدد الحلقات التي تبثُّها الإذاعة في ثمانية أشهر؟

٩ **رواتب:** ما نسبة الموظفين الحاصلين على راتب من ٣٠٠١ – ٧٠٠٠ ريالٍ بحسب الجدول أدناه؟

الراتب الشهري لموظفي إحدى الشركات

الراتب الشهري (ريال)	الإشارات	التكرار
١–١٠٠٠	卌 |	٦
١٠٠١–٢٠٠٠	卌 |||	٨
٢٠٠١–٣٠٠٠	|||	٣
٣٠٠١–٤٠٠٠	卌	٥
٤٠٠١–٥٠٠٠	||	٢
٥٠٠١–٦٠٠٠	||	٢
٦٠٠١–٧٠٠٠	||	٢
٧٠٠١–٨٠٠٠	|	١

١٠ **بريد إلكتروني:** يصل عدد الرسائل الإلكترونية فـي العالم كله إلى ٩٧ مليار رسـالة يوميًّا ، يُصنَّف أكثـر من ٤٠ مليـارًا منها على أنها رسـائل مزعجة. فعلى ضوء هذه النسـبة، ما عدد الرسـائل المزعجة التي ترسل في الشهر؟

١١ **حيوانات:** يبيِّن الرسـم الآتي أقصى طول لبعض الحيوانـات، فـإذا كان أقصى طول للفقمة يسـاوي مثلي أقصى طول للأسـد، والذي هـو بدوره أطول بـ ٠,٤ م من أقصى طـول للباندا الضخمة، فأوجد أقصى طول للفقمة.



المصدر: Top 10 of Everything



٩ - ٢ المدرّجات التكرارية

فكرة الدرس: أعرض البيانات وأمثّلها باستعمال المدرج التكراري وأفسّرها .

المفردات

المدرج التكراري

استعدّ

سكان: أجرى عزّام دراسة على سكان الوطن العربي؛ والجدول المجاور يبيّن نتائج هذه الدراسة.

١ ماذا تلاحظ على أطوال الفئات في الجدول؟

٢ ما عدد الدول التي عدد سكانها أكبر من أو يساوي ١٥ مليون نسمة، ويقل عن ٤٥ مليون نسمة؟

فئات أعداد السكان بالمليون	الإشارات	عدد الدول
٠ - ١٤	~~||||~~ ~~||||~~ ||||	١٤
١٥ - ٢٩	||||	٤
٣٠ - ٤٤	|||	٣
٤٥ - ٥٩		٠
٦٠ - ٧٤		٠
٧٥ - ٨٩	|	١

يمكن تمثيل البيانات في الجدول التكراري باستعمال المدرج التكراري.

المدرج التكراري: تمثيل بياني يعرض البيانات العددية منظَّمة في فئات متساوية.

مثال



تكوين المدرج التكراري

١ **رياضة: تظهر البيانات المجاورة الزمن الذي استغرقه كل طالب من طلاب الصف الثالث المتوسط في ممارسة الأنشطة الرياضية في مركز للياقة البدنية خلال عطلة نهاية الأسبوع، اختر فئات مناسبة لتكوين جدول تكراري، ثم كوّن مدرّجًا تكراريًّا يمثّل هذه البيانات.**

مدة التدريب الرياضي (دقيقة)				
١٣٥	٨٩	١٤٢	٢١٩	٩٦
١٤٤	١٠٤	١٣٥	٩٤	١٥٥
١٠٦	١٢٧	١٣٤	١١٦	٩١
١١٨	١٣٨	١١٨	١١٠	١٠١

مدة أقصر تدريب هي ٨٩ دقيقة والمدة الأطول هي ٢١٩ دقيقة. ويبيّن الجدول المجاور تمثيل هذه البيانات بفئات بطول ٣٠ دقيقة.

مدة التدريب الرياضي (دقيقة)		
الزمن	الإشارات	التكرار
٨١ - ١١٠	~~||||~~ |||	٨
١١١ - ١٤٠	~~||||~~ |||	٨
١٤١ - ١٧٠	|||	٣
١٧١ - ٢٠٠		٠
٢٠١ - ٢٣٠	|	١

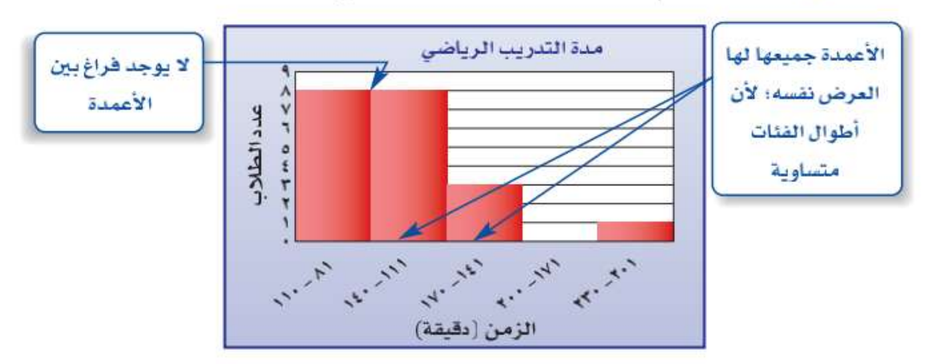
لإنشاء المدرج التكراري اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة ١: ارسم المحورين الأفقي والرأسي، وسمّهما واكتب العنوان.

الخطوة ٢: قسّم المحور الأفقي بحسب الفئات في الجدول التكراري.



الخطوة ٣: ارسم عمودًا لكل فئة بحيث يساوي ارتفاعه التكرار المقابل.



إرشادات للدراسة

الفجوات
الفئات التي تكرارها صفر يكون ارتفاع أعمدتها صفرًا وتُسمى فجوات.

تحقق من فهمك:

أ) **اختبارات:** تبيِّن القائمة المجاورة درجات اختبار في مادة الرياضيات. اختر فئات مناسبة ومثّل البيانات بجدول تكراري، ثم أنشئ مدرجًا تكراريًّا.

درجات مادة الرياضيات							
٩٤	٨٥	٧٣	٩٣	٧٥	٧٧	٨٩	٨٠
٨٩	٨٣	٧٩	٨١	٨٧	٨٥	٩٠	٨٣
٨٨	٨٦	٨٣	٩١	٩٣	٩٣	٩٢	٩٠
٩١	٨٨	٩٦	٩٧	٩٨	٨٢	٩٠	١٠٠

مثالان

تحليل البيانات وتفسيرها

مدة الإبحار

عدد القوارب — الزمن (دقيقة): ٠-٩٩، ١٠٠-١٩٩، ٢٠٠-٢٩٩، ٣٠٠-٣٩٩، ٤٠٠-٤٩٩، ٥٠٠-٥٩٩

٢) **إبحار:** ما عدد القوارب التي أبحر كل منها ٤٠٠ دقيقة على الأقل؟

هناك خمسة قوارب أبحر كل منها ما بين (٤٠٠-٤٩٩) دقيقة؛ وهناك قاربان ما بين (٥٠٠-٥٩٩) دقيقة؛ لذلك فإن: ٥ + ٢ = ٧ قوارب أبحرت ٤٠٠ دقيقة على الأقل.

٣) **إبحار:** ما نسبة القوارب التي أبحرت ١٩٩ دقيقة على الأكثر؟

مجموع القوارب = ١٧ + ٤ + ١ + ٥ + ٢ = ٢٩ قاربًا.

وعدد القوارب التي أبحرت ١٩٩ دقيقة فأقل = ١٧ + ٤ = ٢١ قاربًا.

وبما أن $\frac{٢١}{٢٩} \approx ٠,٧٢ = ٧٢\%$، فإن ٧٢٪ من القوارب تقريبًا أبحرت ١٩٩ دقيقة فأقل.

تحقق من فهمك:

استعمل المدرج أعلاه للإجابة عن التمرينين الآتيين:

ب) ما أكبر زمن أبحره قارب؟

جـ) ضمن أيّ فئات زمن الإبحار كان عدد القوارب أكثر؟



تأكَّـد

المثال ١

١ سكان: تمثِّل القائمة المجاورة الكثافة السكانية للمناطق الإدارية في المملكة العربية السعودية. اختر فئات مناسبة لعمل جدول تكراري، ثم أنشئ مدرجًا تكراريًّا يمثّل هذه البيانات.

الكثافة السكانية لمناطق السعودية لكل كلم٢				
٣	١٤	٣٥	١٩	٣٧
١٦	٥	١٩	٦	
٤	٢	٥٥	٢	

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

المثالان ٢ ، ٣

براكين: استعن بالمدرج التكراري المجاور في الإجابة عن الأسئلة ٢ – ٤:



المصدر: The World Almanac

٢ ما نسبة البراكين على ارتفاع ٨٩٩٩ قدمًا فأقل؟

٣ ما احتمال أن يكون ارتفاع البركان ١٥٠٠٠ قدم على الأقل؟ فسّر إجابتك.

٤ ما ارتفاع أعلى البراكين؟

تـدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٥، ٦	١
٧ – ١٤	٢، ٣

اختر فئات مناسبة لتكوين جدول تكراري لكل من السؤالين الآتيين ، ثم أنشئ مدرجًا تكراريًّا لتمثيل البيانات:

٥

عدد ساعات حل الواجبات أسبوعيًّا						
٣	٠	٩	١	٤	٢	٠
٣	٦	١٤	٤	٢	٥	٣
٧	٣	٠	٨	٣	١٠	

٦

معدل سرعة بعض الحيوانات (ميل/ساعة)						
٧٠	٦١	٥٠	٥٠	٥٠	٤٥	٨
٤٣	٤٢	٤٠	٤٠	٤٠	٣٥	٠,١٧
٣٥	٣٢	٣٢	٣٠	٣٠	٣٠	١,١٧
٣٠	٢٥	٢٠	٩	١٨	١٢	٢٠٠

دول: استعمل المدرج التكراري الآتي في حل الأسئلة ٧–١٠:



٧ ما عدد الدول التي تقل مساحتها عن ٤٠١ كلم٢؟

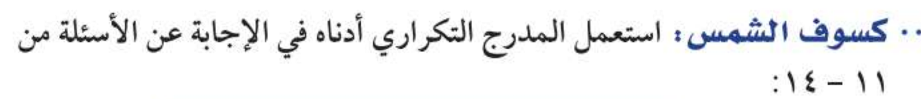
٨ ما نسبة الدول التي تقع مساحتها بين ٢٠١–٦٠٠ كلم٢؟

٩ ما احتمال أن تزيد مساحة دولة على ٨٠٠ كلم٢؟

١٠ ما الدولة الأقل مساحة؟



الربط بالحياة:
كسوف الشمس آية من آيات الله يخوف الله بها عباده، وبدراسة الكسوفات السابقة وجد أن الكسوف الكلي للشمس يحدث ٣مرات كل ٤سنوات تقريبًا، ويكون زمن الكسوف الكلي أقل من زمن الكسوف الجزئي.



كسوف الشمس: استعمل المدرج التكراري أدناه في الإجابة عن الأسئلة من ١١ – ١٤:



المصدر: NASA

١١ ما النسبة المئوية للكسوفات التي استمرت ٧ دقائق و ٣١ ثانية على الأقل؟

١٢ كم استغرق أقصر كسوف للشمس؟

١٣ ما مدة الكسوف الشمسي الكلّي خلال هذا العقد؟ فسّر إجابتك.

١٤ ما عدد الكسوفات الشمسية التي استمرت بين ثانية واحدة وخمس دقائق؟

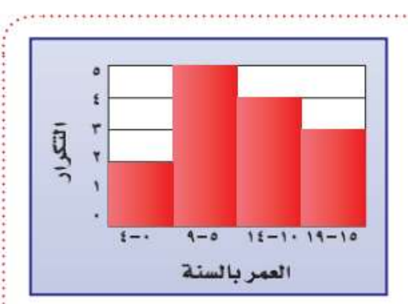
١٥ **جمع البيانات:** حدِّد وزملاء صفِّك عدد الساعات التي يمضيها كل منكم في استعمال شبكة المعلومات خلال أسبوع، وكوِّن جدولًا تكراريًّا بفئات مناسبة، ثم أنشئ مدرجًا تكراريًّا لتمثيل البيانات.

١٦ **بحث:** استعمل شبكة المعلومات أو أيَّ مصدر آخر لتحصل على بيانات تتعلق بالمناطق الإدارية في المملكة العربية السعودية، ومثِّل هذه البيانات بمدرج تكراري؟ ثم قارن بيانات منطقتك بسائر مناطق المملكة.

١٧ **مسألة مفتوحة:** أنشئ مدرجًا تكراريًّا له خط تماثل رأسي وفجوتان؛ ثم أنشئ مدرجًا آخر له خط تماثل رأسي واحد وفجوة واحدة.

مسائل
مهارات التفكير العليا

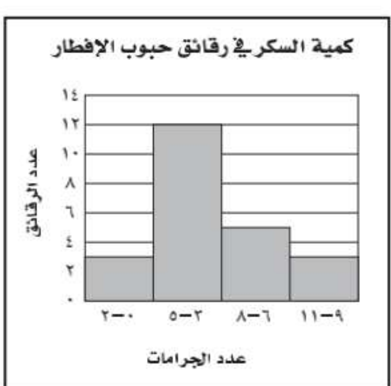
١٨ **تحدٍّ:** صف التغير الذي يحصل على المدرج المجاور في حال استعمال فئات أطول، مثل ٠ – ٩ و ١٠ – ١٩؛ ثم صف التغيُّر في حالات استعمال فئات أصغر، مثل ٠ – ٢، ٣ – ٥ ، ٦ – ٨ ... إلخ.



١٩ **اكتب** وضّح متى يكون استعمال المدرج التكراري أكثر فائدة من استعمال جدول البيانات الفردية، ومتى يكون العكس.

تدريب على اختبار

٤٠ أيُّ الجمل الآتية صحيحة وفقًا للمدرج التكراري أدناه؟



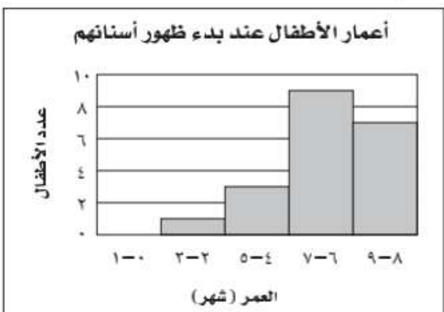
أ) أقل عدد من الجرامات موجود في رقائق حبوب الإفطار هو صفر.

ب) أكبر عدد من الجرامات موجود في رقائق حبوب الإفطار هو ١١

ج) معظم رقائق حبوب الإفطار تحوي ٦–١١ جرامًا من السكر.

د) معظم رقائق حبوب الإفطار تحوي ٣–٥ جرامات من السكر.

٤١ **إجابة قصيرة:** سجلت مجموعة أمهات أعمار أطفالهن بالشهور عندما بدأت أسنانهم بالظهور.



ما الكسر الدال على نسبة الأطفال الذين بدأت أسنانهم بالظهور في عمر ٦ شهور أو أكثر؟

مراجعة تراكمية

٤٢ تبيِّن القائمة المجاورة ما وفَّره ٢٤ طالبًا بمئات الريالات خلال العام الحالي. استعمل استراتيجية إنشاء جدول لتنظيم هذه البيانات في فئات. (الدرس ٩ – ١)

١٤,٠	١٢,٧	٨,٦	٧,٩	٧,٣	٦,٩
٦,١	٥,٣	٥,٢	٤,٦	٤,٣	٤,٣
٤,٠	٣,٥	٣,٣	٣,٣	٣,٢	٣,٢
٣,١	٣,٠	٢,٦	٢,٦	٢,٦	٢,٥

٤٣ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين: جـ (٢، ٣)، د (٤، ٥). (الدرس ٨ – ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حُلَّ كلَّ مسألة مما يأتي:

٤٤ أوجد ٢٦٪ من ٣٦٠

٤٥ أوجد ٥٣٪ من ٣٦٠

٤٦ أوجد ٧٣٪ من ٣٦٠

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩-٣ القطاعات الدائرية

فكرة الدرس:

أنشئ القطاعات الدائرية، وأفسّرها .

المفردات:

القطاعات الدائرية

إستعد

سكان: يبين الجدول المجاور توزيع السكان في المناطق الإدارية في المملكة العربية السعودية، بحسب إحصاءات الهيئة العامة للإحصاء لعام ١٤٣١ هـ.

توزيع السكان في مناطق المملكة العربية السعودية	
المنطقة	**النسبة المئوية**
مكة المكرمة	٢٥,٥٪
الرياض	٢٥٪
المنطقة الشرقية	١٥,١٪
عسير	٧٪
المدينة المنورة	٦,٦٪
جازان	٥٪
باقي مناطق المملكة	١٥,٨٪

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

١ ما النسبة المئوية لسكان منطقة المدينة المنورة؟

٢ ما النسبة المئوية لسكان المنطقة الشرقية؟

٣ ما المنطقة ذات التجمع السكاني الأكبر؟

٤ هل يمثّل الجدول جميع سكّان المملكة؟ فسّر ذلك.

تستعمل **القطاعات الدائرية** لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلها؛ حيث تمثّل الدائرة جميع البيانات، وبذلك فإن مجموع النسب في القطاعات الدائرية يساوي ١٠٠٪.

مثال: تمثيل النسب المئوية بالقطاعات الدائرية

١ **سكان:** مثّل المعلومات السابقة بالقطاعات الدائرية.

الخطوة ١: تتكون الدائرة من ٣٦٠°، وعند ضرب النسب المكتوبة بعد تحويلها إلى كسور عشرية في ٣٦٠ تحصل على قياس زاوية كلِّ قطاع من قطاعات الدائرة، على النحو التالي:

قطاع سكان منطقة مكة المكرمة: ٢٥,٥٪ من ٣٦٠° = ٠,٢٥٥ × ٣٦٠° ≈ ٩٢°

قطاع سكان منطقة الرياض: ٢٥٪ من ٣٦٠° = ٠,٢٥ × ٣٦٠° = ٩٠°

قطاع سكان المنطقة الشرقية: ١٥,١٪ من ٣٦٠° = ٠,١٥١ × ٣٦٠° ≈ ٥٤°

قطاع سكان منطقة عسير: ٧٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٧ × ٣٦٠° ≈ ٢٥°

قطاع سكان منطقة المدينة المنورة: ٦,٦٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٦٦ × ٣٦٠° ≈ ٢٤°

قطاع سكان منطقة جازان: ٥٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٥ × ٣٦٠° = ١٨°

قطاع سكان باقي مناطق المملكة: ١٥,٨٪ من ٣٦٠° = ٠,١٥٨ × ٣٦٠° ≈ ٥٧°



الخطوة ٢ : استعمل الفرجار لرسم الدائرة، ثم استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها ٩٢° حيث يمثِّل هذا القطاع سكان منطقة مكة المكرمة، استعمل نصف القطر الجديد لرسم زاوية القطاع الذي يمثِّل الرياض، وكرِّر هذه العملية لرسم جميع الزوايا، ثم سمّ كل قطاع، وأعطِ الرسم عنوانًا مناسبًا.



المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

وإذا كانت النسب المئوية غير معروفة، فيجب أولًا -قبل البدء في حل المسألة- تحديد نسبة كل قطاع إلى الكل.

تحقق من فهمك:

أ) **بضائع:** يمثِّل الجدول المجاور النسب المئوية لكمية البضائع في مستودعات شركة. مثِّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

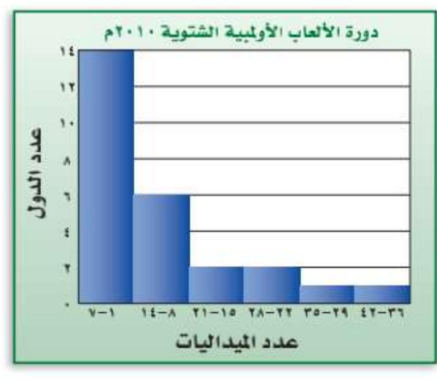
النسب المئوية لكمية البضائع في مستودعات شركة

المدينة	النسبة المئوية
جدة	٪٢٦,٢
تبوك	٪٥
أبها	٪٢,٤
نجران	٪٤,٢
الرياض	٪٥٢,٦
الدمام	٪٩,٦

مثال

تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية

٢) **أولمبياد:** مثِّل البيانات المعطاة في المدرج التكراري المجاور بالقطاعات الدائرية.



المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرّة)

الخطوة ١ : أوجد العدد الكلي للدول.

١٤ + ٦ + ٢ + ٢ + ١ + ١ = ٢٦

الخطوة ٢ : أوجد النسبة المئوية التي تقارن عدد الميداليات في كل فئة بالعدد الكلي للدول، وقدّر النتيجة إلى أقرب جزء من مئة.

من ١ – ٧ : ١٤ ÷ ٢٦ ≈ ٠,٥٣ من ٢٢ – ٢٨ : ٢ ÷ ٢٦ ≈ ٠,٠٨

من ٨ – ١٤ : ٦ ÷ ٢٦ ≈ ٠,٢٣ من ٢٩ – ٣٥ : ١ ÷ ٢٦ ≈ ٠,٠٤

من ١٥ – ٢١ : ٢ ÷ ٢٦ ≈ ٠,٠٨ من ٣٦ – ٤٢ : ١ ÷ ٢٦ ≈ ٠,٠٤

إرشادات للدراسة

التقريب: في الخطوة الثانية تم تقريب $\frac{١٤}{٢٦}$ إلى ٠,٥٣ بدلًا من ٠,٥٤ ليصبح مجموع النسب المئوية واحدًا.

الخطوة ٣: استعمل هذه النسب لإيجاد زاوية كل قطاع، وقرّب الناتج إلى أقرب درجة عند الضرورة:

من ١ – ٧ : ٠,٥٣ × ٣٦٠° = ١٩٠,٨° ≈ ١٩١°

من ٨ – ١٤ : ٠,٢٣ × ٣٦٠° = ٨٢,٨° ≈ ٨٣°

من ١٥ – ٢١ : ٠,٠٨ × ٣٦٠° = ٢٨,٨° ≈ ٢٩°

من ٢٢ – ٢٨ : ٠,٠٨ × ٣٦٠° = ٢٨,٨° ≈ ٢٩°

من ٢٩ – ٣٥ : ٠,٠٤ × ٣٦٠° = ١٤,٤° ≈ ١٤°

من ٣٦ – ٤٢ : ٠,٠٤ × ٣٦٠° = ١٤,٤° ≈ ١٤°

الخطوة ٤: استعمل المنقلة والفرجار لرسم الدائرة والقطاعات المناسبة، وسمّ كل قطاع، ثم أعطِ الرسم عنوانًا مناسبًا واكتب النسب على صورة نسب مئوية.

دورة الألعاب الأولمبية الشتوية ٢٠١٠م

١–٧ ٥٣,٨٪
٨–١٤ ٢٣,٢٪
١٥–٢١ ٧,٧٪
٢٢–٢٨ ٧,٧٪
٢٩–٣٥ ٣,٨٪
٣٦–٤٢ ٣,٨٪

✔ تحقق من فهمك:

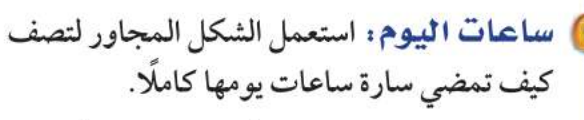
ب) **ماء:** يبيِّن الجدول المجاور عدد قوارير الماء المنتجة من أحد المصانع في ستة أشهر. مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

عدد قوارير الماء المنتجة

الشهر	العدد
رمضان	٢٧١٣٧٠٠٠
شوال	٨٢٦٤٠٠٠
ذو القعدة	٢٧٧٤٠٠٠
ذو الحجة	٢٨١٨٠٠٠
محرم	١٧٠٠٠٠٠
صفر	١٢٣٥٠٠٠



تحليل البيانات وتفسيرها



٣ **ساعات اليوم:** استعمل الشكل المجاور لتصف كيف تمضي سارة ساعات يومها كاملًا.



تقضي سارة ٨ ساعات يوميًا في النوم، و $\frac{١}{٤}$ يومها تقريبًا في المدرسة، و ٣ ساعات في الترفيه، والوقت نفسه لعمل نشاطات أخرى؛ بينما تمضي ٤ ساعات يوميًا في أداء واجباتها المنزلية.





الربط بالحياة:

يتراوح معدل النوم الطبيعي للإنسان من ٧–٨ ساعات، أيْ أن الإنسان يقضي ثلث حياته نائمًا.





تحقق من فهمك:

جـ) **مبيعات:** استعمل الشكل المجاور لتصف الأصناف المختلفة لمبيعات متجر.



تأكد

المثالان ١، ٢ مثّل كلًّا من البيانات الآتية بالقطاعات الدائرية:

١

ممارسة التمارين الرياضية	
مرة أو أكثر في اليوم	٪٣٢
عدة مرات في الأسبوع	٪٣٣
عدة مرات في الشهر	٪١٥
عدة مرات في السنة	٪١٩
غير متأكد	٪١

٢

توزيع سكان المملكة العربية السعودية لعام ١٤٢٥هـ بحسب الفئات العمرية

الأعداد بالمليون

الفئات العمرية	الأعداد بالمليون
٠-٩	٥,٠
١٠-١٩	٤,٧٤
٢٠-٢٩	٤,٢٩
٣٠-٣٩	٣,٩٨
٤٠-٤٩	٢,٤١
٥٠-٥٩	١,١
٦٠-...	٠,٩٥

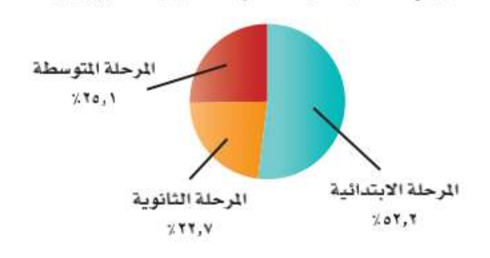
المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

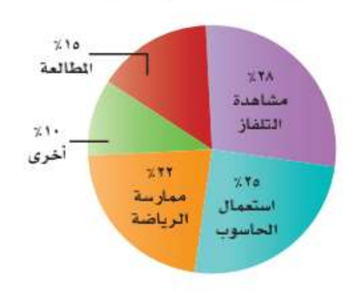


المثال ٣

٣ وجبات: استعمل القطاعات الدائرية أدناه لتصف أعداد الطلاب والطالبات بحسب مرحلة التعليم الذين يتناولون وجبة الإفطار يوميًا.

٤ هوايات: استعمل القطاعات الدائرية أدناه لتصف الهوايات التي يمارسها طلاب الصف الثاني المتوسط في المملكة.







تـدرَّب وحلَّ المسائل

مثِّل كلاً من البيانات الآتية بالقطاعات الدائرية:

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٥ ، ٦	١
٧ ، ٨	٢
٩ - ١٢	٣

٥

نسب استعمال الأنترنت من حيث المواقع	
التواصل الاجتماعي	٥٥,٣ ٪
الأخبار	١٨,٤ ٪
الألعاب	٧,١ ٪
البريد الإلكتروني	٩,٦ ٪
التسوق	٦,١ ٪
البحث	٣,٥ ٪

٦

نسب الفاكهة المفضلة لدى طالبات إحدى الثانويات	
الفراولة	٥٦,٥ ٪
المانجا	١٥,٥ ٪
البرتقال	١٥,٦ ٪
التفاح	٥,٦ ٪
الموز	٥,٥ ٪
العنب	١,٣ ٪



الربط بالحياة: تصدرت المملكة قائمة أعداد مستخدمي شبكة الأنترنت بين دول الخليج العربي، فقد وصل عدد مستخدمي الإنترنت في المملكة إلى ٢٤ مليون مستخدم في عام ٢٠١٧.

٧

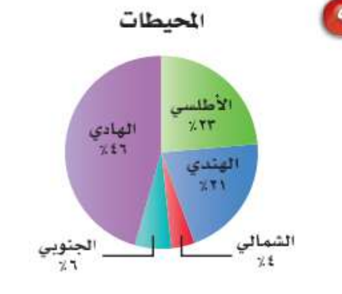


٨



صف البيانات في كل شكل مما يأتي:

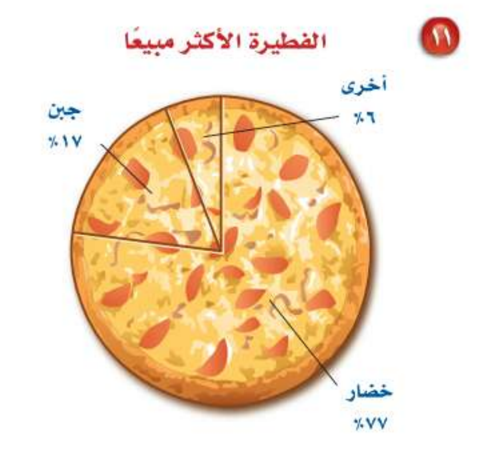
٩



١٠



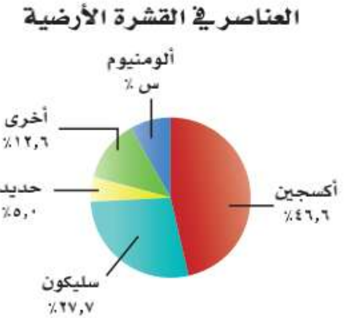
١١



١٢



١٣ علوم الأرض: استعمل الشكل المجاور لتحديد النسبة المئوية للألومنيوم في القشرة الأرضية، ثم أوجد قياس الزاوية التي تمثِّل ذلك القطاع.



المصدر: Texas A&M University

١٤ جمع البيانات: قم بدراسة إحصائية على زملائك في الصف لتحديد عدد الساعات التي يقضونها في مشاهدة التلفاز في أسبوع ما. وكوّن مدرجًا تكراريًّا للبيانات، ثم مثّلها بالقطاعات الدائرية.

١٥ حج: استعمل البيانات في الشكل المجاور لإيجاد عدد حجاج الداخل القادمين عن طريق المدينة| مكة، إذا علمت أن عدد حجاج الداخل كان ٩٩٠٠٠٠ حاج في أحد الأعوام.



المصدر: الهيئة العامة للإحصاء




الربط بالحياة:

حدَّد وزراء خارجية الدول الإسلامية معدل حجاج كل دولة بحاج واحد لكل ألف نسمة من سكان تلك الدولة.

ندوة شعرية : استعمل الجدول الآتي لحل الأسئلة من ١٦ – ١٨:

السلوكيات الأكثر إزعاجًا عند حضور ندوة	
رنين الهاتف النقال	٪٢٧
التحدث بالهاتف النقال	٪٢٢,٥
الأحاديث الجانبية	٪٢٤,٢
التعليق في أثناء الندوة	٪١٣,٥
أخرى	٪١٢,٨

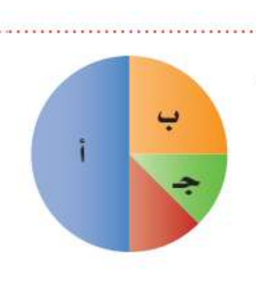
١٦ مثّل البيانات المبينة في الجدول المجاور بالقطاعات الدائرية.

١٧ أجرِ دراسة إحصائية على زملاء صفك لتحديد أكثر الأمور إزعاجًا لهم عند حضورهم ندوة، ثم مثّل البيانات بقطاعات دائرية.

١٨ صف أوجه الشبه والاختلاف بين الشكلين اللذين قمت بتمثيلهما.

مسائل
مهارات التفكير العليا

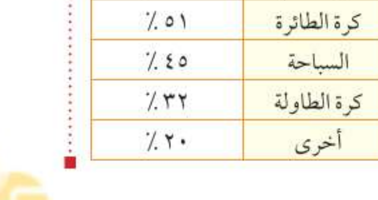
١٩ الحس العددي: ما النسبة المئوية التي يمثِّلها كلٌّ من القطاعات أ، ب، جـ في الشكل المجاور؟



٢٠ مسألة مفتوحة : أنشئ شكلًا من خمسة قطاعات دائرية يصف كيف تمضي يومًا اعتياديًّا كاملًا.

٢١ تبرير: وضِّح لماذا لا نستطيع تمثيل البيانات المبيَّنة في الجدول المجاور بالقطاعات الدائرية.

الألعاب المفضلة للطلاب	
كرة القدم	٪ ٥٦
كرة الطائرة	٪ ٥١
السباحة	٪ ٤٥
كرة الطاولة	٪ ٣٢
أخرى	٪ ٢٠



٢٢ اكتب اكتب مسألة لفظية تصف شيئًا من واقع الحياة، واستعمل القطاعات الدائرية لحلِّها. ثم وضِّح كيف ساعد الشكل على حل المسألة.

تدريب على اختبار

٣٣ أجرى سعد دراسة مسحية حول الرياضة المفضَّلة لدى طلاب الصف الثاني المتوسط، وكانت النتائج كما في الجدول المجاور.

الرياضة	كرة السلة	كرة اليد	كرة القدم	الكرة الطائرة
العدد	١٢٠	١٨٠	٢٤٠	٦٠

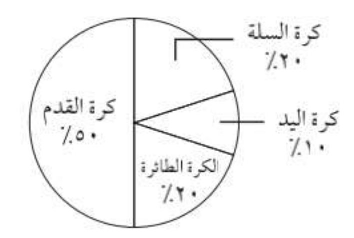
أي تمثيل مما يأتي يعرض هذه البيانات؟

أ)

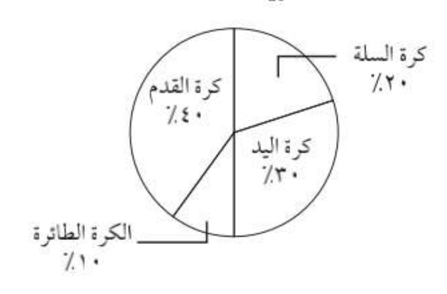
الرياضة المفضلة

كرة السلة ٣٠٪
كرة القدم ٤٠٪
الكرة الطائرة ٢٠٪
كرة اليد ١٠٪

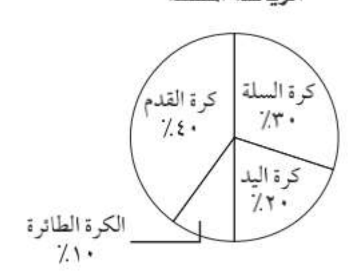
جـ)



ب)



د)



مراجعة تراكمية

٣٤ **أعمار:** تبيّن القائمة أدناه الأعمار المتوقعة لبعض الحيوانات. اختر فئات مناسبة ومثّل البيانات بجدول تكراري، ثم انشئ مدرجًا تكراريًا. (الدرس ٩ – ٢)

الأعمار المتوقعة لبعض الحيوانات
١، ٣، ٥، ٥، ٦، ٧، ٨، ٨، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٢، ١٢، ١٢، ١٢، ١٢، ١٥، ١٥، ١٥، ١٥، ١٦، ١٨، ٢٠، ٢٠، ٢٥، ٣٥

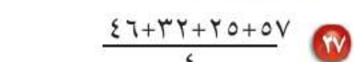
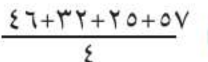
أوجد حجم كل مما يأتي، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (الدرس ٦ – ٤)

٣٥ منشور رباعي، طوله ٨سم، وعرضه ٤سم، وارتفاعه ٢سم.

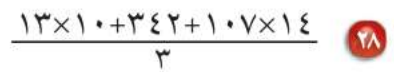
٣٦ أسطوانة، قطرها ١,٦ بوصة، وارتفاعها ٥ بوصات.

الاستعداد للدرس اللاحق

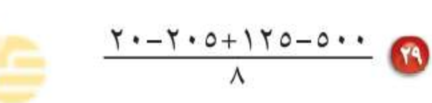
مهارة سابقة: أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

٣٧ $\frac{٥٧+٢٥+٣٢+٤٦}{٤}$

٣٨ $\frac{١٤\times١٠٧+٣٤٢+١٠\times١٣}{٣}$

٣٩ $\frac{٥٠٠-١٢٥+٢٠٥-٢٠}{٨}$



توسّع ٩ - ٣

معمل الجداول الإلكترونية

الخطوط والأعمدة والقطاعات الدائرية

تفيد الجداول الإلكترونية في إنشاء الخطوط والأعمدة والقطاعات الدائرية.

فكرة الدرس: أستعمل التقنية للتمثيل بالخطوط، وبالأعمدة، وبالقطاعات الدائرية.

نشاط

١ **يبيّن الجدول الآتي الأعداد التقريبية لطلاب المرحلة الثانوية.**

العام الدراسي	١٤٢٨-١٤٢٩ هـ	١٤٢٩-١٤٣٠ هـ	١٤٣٠-١٤٣١ هـ	١٤٣١-١٤٣٢ هـ
عدد الطلاب (بالآلاف)	١٣١٤	١٣٣٨	١٣٨٨	١٤٤١

لتمثيل هذه البيانات باستعمال الخطوط، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة ١ أدخل العام الدراسي في العمود A، وعدد الطلاب في العمود B في برنامج الجداول الإلكترونية.

الخطوة ٢ ظلّل البيانات في العمود B، من B2 إلى B5، مما يعطي إشارة للبرنامج لقراءة البيانات في العمود B.

الخطوة ٣ اضغط على أيقونة تخطيط من قائمة إدراج، واختر نمط التمثيل بالخطوط، ثم اضغط التالي.

الخطوة ٤ لتسمية محور السينات، اختر متسلسلة، وانقر الأيقونة المجاورة لعناوين محور (س) للفئة.

الخطوة ٥ ظلّل البيانات في العمود A من A2 إلى A5، ثم اضغط التالي.

الخطوة ٦ ادخل عنوان اللوحة (طلاب المرحلة الثانوية)، والإحداثي السيني (العام الدراسي)، والإحداثي الصادي (عدد الطلاب بالآلاف)، ثم اضغط التالي، ثم إنهاء.





نشاط

٢ **الخطوة ١** لعمل لوحة الأعمدة، ظلِّل البيانات في العمود B، من B2 إلى B5.

الخطوة ٢ اضغط أيقونة تخطيط من قائمة إدراج، ومنها اختر نمط التمثيل بالأعمدة، ثم اضغط التالي.

الخطوة ٣ أكمل الخطوات من ٤ – ٦ كما وردت في النشاط ١.



نشاط

٣ **الخطوة ١** للتمثيل بالقطاعات الدائرية، ظلِّل البيانات من A2 إلى B5.

الخطوة ٢ اضغط أيقونة تخطيط من قائمة إدراج، واختر نمط التمثيل بالقطاعات الدائرية، ثم اضغط التالي.

الخطوة ٣ اضغط التالي لإدخال عنوان اللوحة، ثم التالي، ثم إنهاء.



حلّل النتائج

١ **خمّن:** استعمل إحدى اللوحات لتوقع عدد طلاب المرحلة الثانوية في عام ١٤٤٤-١٤٤٥هـ، وما التمثيل الذي استعملته للتوقع؟ فسّر سبب اختيارك.

٢ **اجمع المعلومات:** اختر بعض البيانات التي يمكن تمثيلها بالخطوط، وبالأعمدة، وبالقطاعات الدائرية، ثم استعمل الجداول الإلكترونية ومثلها.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩ ـ ٤ مقاييس النزعة المركزية والمدى

فكرة الدرس:
أجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعة من البيانات.

المفردات
مقاييس النزعة المركزية
المتوسط الحسابي
الوسيط
المنوال
المدى

استعد

ألعاب أولمبية: استعمل الجدول المجاور لحل الأسئلة الآتية:

١) ما القيمة الأكثر تكرارًا في عمود الميداليات الفضية؟

٢) ما معدل الميداليات التي فازت بها ألمانيا من الأنواع الثلاثة ؟

٣) رتِّب أعداد الميداليات الفضية ترتيبًا تصاعديًّا. ما العدد الذي يتوسط هذه القيم؟

ميداليات أفضل خمس دول في دورة الألعاب الأولمبية الصيفية لعام ٢٠١٦م

الدولة	ذهبية	فضية	برونزية
الولايات المتحدة	٤٦	٣٧	٣٨
بريطانيا	٢٧	٢٣	١٧
الصين	٢٦	١٨	٢٦
روسيا	١٩	١٨	١٩
ألمانيا	١٧	١٠	١٥

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرّة)

مقاييس النزعة المركزية هي الأعداد التي تصف مركز تَجمُّع مجموعة من البيانات. وأكثر هذه المقاييس شيوعًا **المتوسط الحسابي** و**الوسيط** و**المنوال**. ويستعمل **المدى** أيضًا لوصف مجموعة البيانات.

مقاييس النزعة المركزية والمدى — ملخص المفهوم

المقياس	التعريف
المتوسط الحسابي	مجموع القيم مقسومًا على عددها.
الوسيط	القيمة التي تتوسط مجموعة بيانات مرتَّبة ترتيبًا تصاعديًّا، أو هو متوسط العددين المتوسطين في مجموعة البيانات.
المنوال	القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا بين القيم.
المدى	الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

مثال — إيجاد مقاييس النزعة المركزية والمدى

١) **إذا كانت أعمار مجموعة من الموظفين بالسنوات هي ٢٢، ١٨، ٢٤، ٣٢، ٢٤، ١٨، فاحسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لهذه البيانات.**

المتوسط الحسابي: $\frac{١٨+٢٤+٣٢+٢٤+١٨+٢٢}{٦} = \frac{١٣٨}{٦} = ٢٣$ سنة

الوسيط: ١٨، ١٨، ٢٢، ٢٤، ٢٤، ٣٢ — رتِّب الأعداد ترتيبًا تصاعديًّا.

$\frac{٢٤+٢٢}{٢} = ٢٣$ سنة

المنوال: يوجد منوالان لمجموعة البيانات هما ١٨ و ٢٤ سنة.

المدى: ٣٢ − ١٨ = ١٤ سنة



تحقق من فهمك:

أ) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى للمبالغ أدناه التي تبيِّن سعر كيلو الموز خلال ٦ أسابيع (بالريال) مقربًا الجواب إلى أقرب منزلتين عشريتين:

٣ ، ٢,٥ ، ٦ ، ٥,٥ ، ٣ ، ٤,٢٥

أحيانًا قد يكون مقياس أو اثنان من مقاييس النزعة المركزية أكثر تمثيلًا للبيانات من سائر المقاييس.



الربط بالحياة: يوجد على الأقل مليون حشرة مقابل كل شخص في العالم.

مثال من واقع الحياة — اختيار المقياس الأنسب

٢ حشرات: اختر المقياس الأنسب من بين مقاييس النزعة المركزية أو المدى لوصف البيانات في الجدول المجاور، وبرِّر سبب اختيارك.



الحشرات الأكثر شيوعًا	
النوع	**عدد الأنواع المعروفة (بالآلاف)**
الخنافس	٤٠٠
الفراشات والعث	١٦٥
النمل والنحل والدبابير	١٤٠
الذباب الحقيقي	١٢٠
البعوض	٩٠
الذباب الصغير	١٠

المصدر: Top 10 of Everything

أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لهذه البيانات.

المتوسط الحسابي:

$$\frac{١٠+٩٠+١٢٠+١٤٠+١٦٥+٤٠٠}{٦}$$

$$= \frac{٩٢٥}{٦} \approx ١٥٤,٢$$

المتوسط الحسابي يساوي تقريبًا ١٥٤,٢ ألفًا.

الوسيط: رتِّب الأعداد تصاعديًا:

١٠، ٩٠، ١٢٠، ١٤٠، ١٦٥، ٤٠٠.

الوسيط $= \frac{١٢٠+١٤٠}{٢} = ١٣٠$ ألفًا.

إرشادات للدراسة

الوسيط

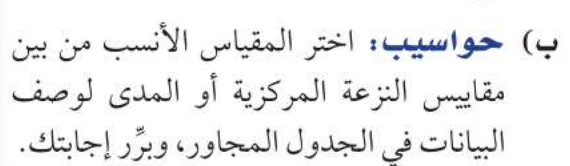
بما أن هناك عددين متوسطين في مجموعة البيانات، فإن الوسيط يكون متوسط هذين العددين.

المنوال: بما أن كل قيمة لم تظهر إلا مرة واحدة في مجموعة البيانات فلا يوجد لهذه البيانات منوال.

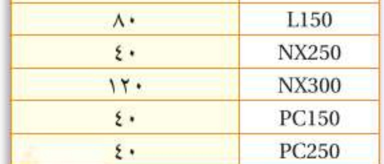
المدى: ٤٠٠ − ١٠ = ٣٩٠ ألفًا.

بما أن الخنافس والفراشات هما النوعان الوحيدان من الحشرات الأكثر شيوعًا وأكبر من المتوسط، إذن فالمتوسط الحسابي لا يمثِّل البيانات على نحو صحيح. وبما أنه لا يوجد منوال لهذه البيانات، إذن فالوسيط هو مقياس النزعة المركزية الأنسب. ويوضح لنا المدى أن انتشار البيانات يصل إلى ٣٩٠ ألفًا.

تحقق من فهمك:



ب) **حواسيب:** اختر المقياس الأنسب من بين مقاييس النزعة المركزية أو المدى لوصف البيانات في الجدول المجاور، وبرِّر إجابتك.



نوع الجهاز	السعة (جيجابايت)
L100	٤٠
L150	٨٠
NX250	٤٠
NX300	١٢٠
PC150	٤٠
PC250	٤٠

تحدد الظروف المختلفة لكل مسألة مقياس النزعة المركزية أو المدى الأنسب لتمثيل البيانات ووصفها.

إرشادات للدراسة

المدى

يستعمل المدى ليصف تشتت القيم في مجموعة البيانات. (أي تباعدها عن بعضها).

استعمال المتوسط والوسيط والمنوال — ملخص المفهوم

المقياس	أكثر فائدة عندما ...
المتوسط الحسابي	لا تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متطرفة.
الوسيط	تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متطرفة. لا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات.
المنوال	تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متساوية.

مثال من اختبار

٣ **حصل سلطان على الدرجات الآتية في خمسة اختبارات:**

٩٠، ٨٥، ٨٠، ٧٥، ٩٠

فإذا استثنى المعلم الدرجة الدنيا، فأيُّ عبارة مما يأتي صحيحة؟

أ) ينقص المتوسط. **جـ)** ينقص الوسيط.

ب) يزداد المتوسط. **د)** لن يتغير الوسيط.

اقرأ

عليك أن تحدد العبارة الصحيحة إذا استُثنيت الدرجة الأدنى.

حل

المتوسط للاختبارات الخمسة = $\frac{٩٠+٧٥+٨٠+٨٥+٩٠}{٥}$ = ٨٤

المتوسط للاختبارات الأربعة = $\frac{٩٠+٨٠+٨٥+٩٠}{٤}$ = ٨٦,٢٥

بما أن قيمة المتوسط ازدادت، فإنه يمكنك استثناء الإجابة الأولى (أ).

أوجد الوسيط لتتحقق من باقي الإجابات.

رتِّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا مرة مع الدرجة الدنيا، ومرة أخرى بدونها.

٧٥، ٨٠، ٨٥، ٩٠، ٩٠   ٨٠، ٨٥، ٩٠، ٩٠

٨٧,٥

بما أن قيمة الوسيط ازدادت من ٨٥ إلى ٨٧,٥، فيمكن استثناء الإجابتين (جـ) و(د)، وبالتالي تكون (ب) هي الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك:

جـ) ادَّخرت هيا المبالغ الآتية في الأسابيع الماضية: ٣٥، ١٠، ٢٥، ٥٠ ريالًا، فإذا ادخرت هذا الأسبوع ٤٤ ريالًا أيضًا، فأيُّ عبارة مما يأتي صحيحة؟

أ) ينقص المتوسط. **جـ)** يزداد الوسيط.

ب) لن يتغير المتوسط. **د)** يزداد المنوال.



تأكد

المثال ١

أوجد المتوسط والوسيط والمنوال والمدى لمجموعتي البيانات الآتيتين مقربة لأقرب عُشر:

(١) القائمة الآتية تمثل قيمة مشتريات أسرة عماد اليومية خلال أسبوع (بالريال) من متجر الحي:
١٩، ٢١، ١٨، ١٧، ١٨، ٢٢، ٤٦

(٢) المسافات التي يقطعها عمال مصنع يوميًا للوصول إلى مكان عملهم بالكيلومترات هي: ١٠، ٣، ١٧، ١، ٨، ٦، ١٢، ١٥

المثال ٢

(٣) **مدرسون:** اختر أنسب مقياس من مقاييس النزعة المركزية أو المدى لوصف البيانات في الجدول المجاور، وبرر سبب اختيارك.

سنوات خبرة معلمي الصف الثاني المتوسط	
الرياضيات	٢٧
العلوم	١١
اللغة العربية	٩
الاجتماعيات	٦
التربية الفنية	٥
التربية الرياضية	٣

المثال ٣

(٤) **اختيار من متعدد:** كان عدد ساعات دراسة رغد خلال أربعة أيام متتالية على النحو الآتي: ساعة واحدة، ٣ساعات، ساعتان، ساعتان. فإذا درست ساعتين بدلًا من ساعة واحدة في اليوم الأول؛ فأيُّ القيم الآتية ستقل؟

أ) المتوسط ب) الوسيط جـ) المنوال د) المدى

تدرَّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٥ – ٨	١
٩، ١٠	٢
١٩، ٢٠	٣

أوجد المتوسط والوسيط والمنوال والمدى لمجموعات البيانات الآتية مقربة لأقرب عُشر:

(٥) درجات خمسة طلاب في مادة الرياضيات هي: ٩، ٨، ١٥، ٨، ٢٠

(٦) أعمار إخوة خالد بالسنوات هي: ٢٣، ١٦، ٥، ٦، ١٤

(٧) أسعار أقراص مدمجة لألعاب الحاسوب بالريالات هي: ٧٨، ٨٠، ٧٥، ٧٣، ٨٤، ٨١، ٨٤، ٧٩

(٨) أعداد المراجعين لمركز صحي خلال ثمانيَّة أيام هي: ٣٦، ٣٨، ٣٣، ٣٤، ٣٢، ٣٠، ٣٤، ٣٥

في السؤالين ٩، ١٠ اختر مقياس النزعة المركزية الأنسب لوصف البيانات في كل من الجدولين الآتيين، وبرر سبب اختيارك:

(٩)

أعداد المتدربين على قيادة السيارات في مدرسة القيادة خلال ٨ أشهر	
الشهر	عدد المتدربين
محرم	١٠٧
صفر	١٢٨
ربيع الأول	٩٣
ربيع الآخر	٨٢
جمادى الأولى	٩٥
جمادى الآخرة	١٠٠
رجب	١٢٠
شعبان	١٠٠

(١٠)

عدد أقمار كواكب المجموعة الشمسية	
الكوكب	عدد الأقمار
عطارد	٠
الزهرة	٠
الأرض	١
المريخ	٢
المشتري	٦٣
زحل	٣٤
أورانوس	٢٧
نبتون	١٣

المصدر: NASA

١١ اختيار من متعدد: كانت سرعات عدد من السيارات في شارع مزدحم بالكيلومتر / ساعة على النحو الآتي: ٤٢، ٣٨، ٤٤، ٣٥، ٣٥، ٥٠، ٣٨، فأيُّ المقاييس الآتية ستظهر أن السيارات تسير أسرع؟

أ) المنوال — جـ) المتوسط

ب) الوسيط — د) المدى



الربط بالحياة: أنشئ ملعب الملك فهد الدولي على مساحة إجمالية قدرها ٥٠٠ ألف متر مربع، وتستوعب مدرجات الملعب حوالي ٧٠٠٠٠ متفرج. وكان افتتاحه عام ١٩٨٧م.

١٢ ملاعب: يبيِّن الجدول المجاور سعة بعض ملاعب كرة القدم في المملكة العربية السعودية. أوجد: المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، المدى لهذه البيانات. وهل ستتأثر هذه القيم إذا استثنينا ملعب الملك فهد؟



الملعب	السعة بالآلاف
ملعب الملك فهد	٧٥
ملعب الأمير فيصل بن فهد	٣٥
ملعب الأمير عبد الله الفيصل	٣٥
ملعب الأمير محمد بن فهد	٣٥
مدينة الأمير عبد العزيز بن مساعد	٢٠
ملعب الأمير محمد بن العزيز	٢٠

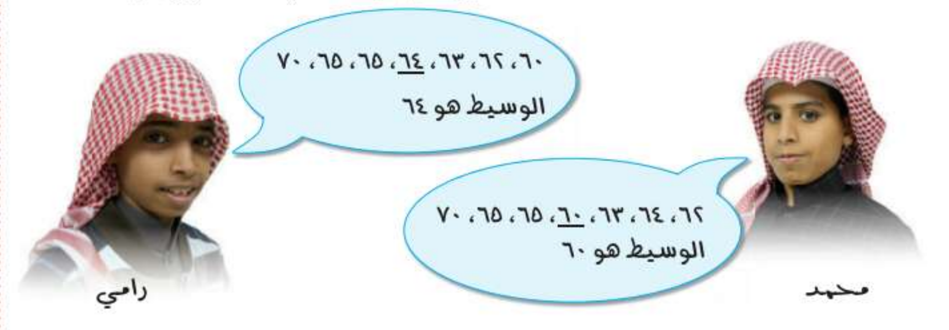
المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرّة)

١٣ جري: ركض فيصل ٩ كيلومترات يوم الإثنين، و ٧ كيلومترات يوم الأربعاء و ١٢ كيلومترًا يوم الجمعة. صف كيف ستتأثر قيم: المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى، إذا ركض فيصل ٧ كيلومترات إضافية يوم الأحد.

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٤ مسألة مفتوحة: اكتب مجموعة بيانات يكون منوالها ١٠ ، ووسيطها ٧

١٥ اكتشف الخطأ: أوجد محمد ورامي الوسيط لمجموعة البيانات الآتية: ٦٢، ٦٤، ٦٣ ، ٦٠ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٧٠. فأيُّهما إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.



١٦ تبرير: حدِّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو ليست صحيحة أبدًا، وفسّر سبب إجابتك: "كل مقاييس النزعة المركزية تكون من القيم الموجودة في مجموعة البيانات".

١٧ تحدٍّ: أعطِ مثالًا مضادًّا لإثبات خطأ الجملة الآتية:
"يعد الوسيط مقياسًا ممثِّلًا لمجموعة البيانات دائمًا ".

١٨ اكتب استعمل بيانات من مجلة أو صحيفة يومية لكتابة مسألة تتطلب إيجاد مقاييس النزعة المركزية ؛ واذكر أيّ مقاييس النزعة المركزية هو الأنسب لتمثيل البيانات.



تدريب على اختبار

١٩ كانت درجات محمود في أربعة اختبارات كما يأتي ٢٥، ٢٠، ٣٠، ٢٥، إذا حصل محمود على الدرجة ٣٠ في الاختبار الخامس، فأيُّ جملة مما يأتي ستكون صحيحة؟

أ) سيبقى المنوال كما هو.

ب) سينقص المتوسط.

جـ) سينقص الوسيط.

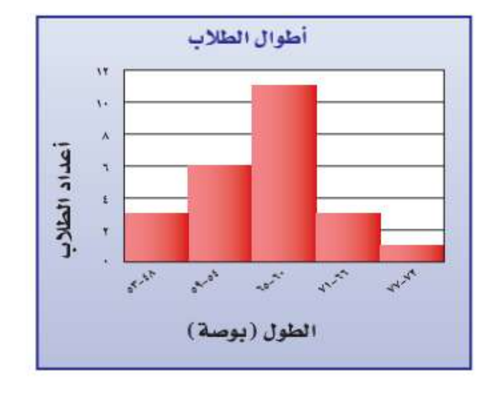
د) سيزداد المتوسط.

٢٠ إجابة قصيرة: اشترك سليمان في مسابقة لتحفيظ القرآن، وحصل على الدرجات الآتية في ٤ اختبارات: ٩٤٪، ٨٢٪، ٧٨٪، ٨٠٪. فإذا كان عليه الحصول على معدل لا يقل عن ٨٥٪ ليفوز برحلة عُمرة مجانية، فأوجد أقل درجة يجب أن يحصل عليها سليمان في اختباره الخامس ليتمكن من الفوز بالمسابقة.

مراجعة تراكمية

٢١ كتب: في دراسة مسحية حول الكتب المفضلة للقراءة أشار ٥٢٪ من طلبة الصف الثاني المتوسط أنهم يفضلون قراءة الكتب الدينية وَ ٢٥٪ يفضلون الكتب الثقافية وَ ١٥٪ الكتب التاريخية وَ ٨٪ الكتب الرياضية. استعمل القطاعات الدائرية لتمثل الكتب المفضلة للقراءة لدى طلاب الصف الثاني المتوسط. (الدرس ٩ – ٣)

أطوال: استعمل المدرج التكراري في الشكل المجاور، للإجابة عن السؤالين ٢٢ وَ ٢٣ (الدرس ٩ – ٢)



٢٢ كم طالبًا أطوالهم ٦٠ بوصة على الأقل؟

٢٣ كم طالبًا أطوالهم من ٥٤ إلى ٧١ بوصة؟

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: رتِّب كل مجموعة من الأعداد من الأصغر إلى الأكبر:

٢٤ ١, ٣، ٢٥, ٣، ٢, ٣، ٩, ٢، ٨٩, ٢

٢٥ ٣, ٩١، ١, ٩٣، ٧, ٩٤، ١١, ٩٣، ٩٣

٢٦ ٤, ١٧، ٨, ١٦، ٧٩, ١٦، ٠١, ١٥، ١, ١٥





توسّع ٩ ـ ٤

معمل الجداول الإلكترونية
المتوسط والوسيط والمنوال

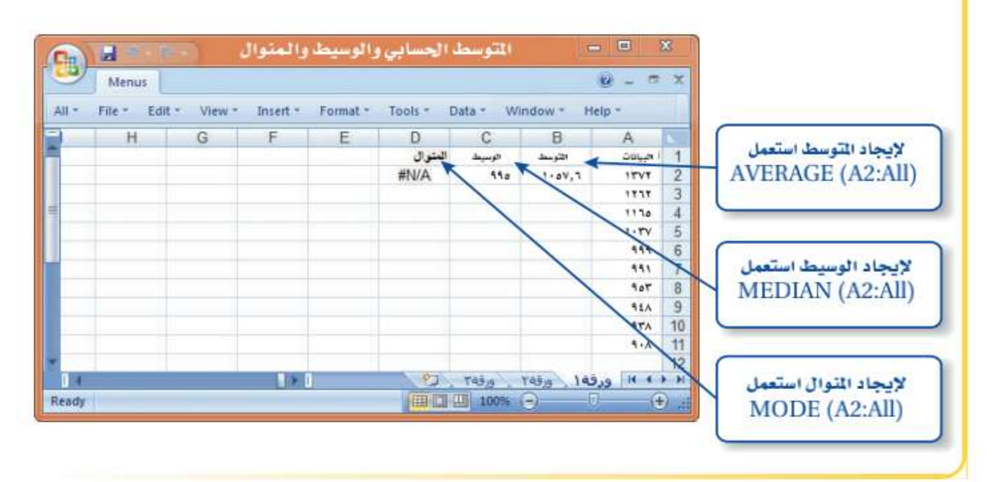
فكرة الدرس: أستعمل برنامج الجداول الإلكترونية لإيجاد المتوسط والوسيط والمنوال.

يمكنك استعمال برنامج الجداول الإلكترونية لإيجاد المتوسط والوسيط والمنوال لمجموعة من البيانات.

نشاط

ملابس: تبيِّن القائمة الآتية عدد قطع الملابس التي ينتجها أحد المصانع خلال عشرة أيام. مثِّل هذه البيانات باستعمال برنامج الجداول الإلكترونية.

إنتاج مصنع ملابس خلال عشرة أيام				
١٣٧٢	١١٦٥	٩٩٩	٩٥٣	٩٣٨
١٢٦٥	١٠٣٧	٩٩١	٩٤٨	٩٠٨



تمارين

استعمل الجدولين الآتيين لحل التمارين ١–٣:

إنتاج الغتر في المصنع (أ) خلال (١٠) أشهر	
٢١٣٢	١٥٦١
٢١٠٥	١٥٤٠
٢٠٧٠	١٤٨٥
١٧٥٣	١٤٤٣
١٥٧٦	١٤٢٦

إنتاج الغتر في المصنع (ب) خلال (١٠) أشهر	
٢٤٣٠	١٧٠٤
١٩١٦	١٦٧١
١٨٨١	١٦٤٢
١٧٤٧	١٦١٨
١٧٠٩	١٦٠٨

١) استعمل الجداول الإلكترونية لإيجاد المتوسط والوسيط والمنوال لكلا المصنعين.

٢) قارن بين أعلى كميتي إنتاج في كلا المصنعين.

٣) قارن بين المتوسط والوسيط لكلا المصنعين.



الفصل ٩

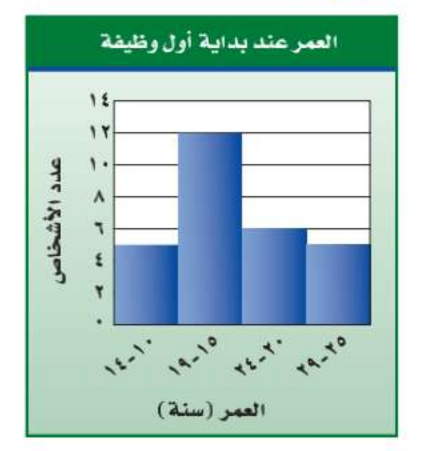
اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٩-١ إلى ٩-٤

١ كتل: نظِّم البيانات أدناه في جدول باستعمال الفئات ٦٠-٦٩، ٧٠-٧٩، ٨٠-٨٩، ٩٠-٩٩، ما الفئة التي تتضمن أكبر عدد من العمال؟ (الدرس ٩ - ١)

كتل ١٢ عاملًا في مصنع (كيلوجرام)	
٦٦	٩٧
٨٢	٦٦
٩٩	٩٤
٧٠	٨٥
٩٠	٧٤
٩٩	٧٤

وظائف: استعمل المدرج التكراري أدناه للإجابة عن الأسئلة ٢-٤ (الدرس ٩ - ٢)



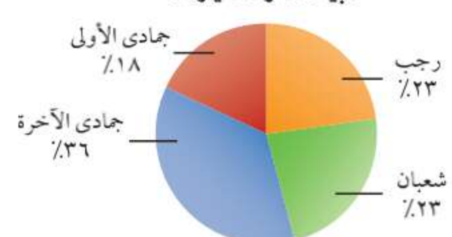
٢ كم شخصًا بدأوا وظائفهم عندما كانت أعمارهم من ٢٠ سنة إلى أقل من ٣٠ سنة؟

٣ وفقًا لهذا المدرج التكراري، ما العمر الأكثر إمكانية الذي يبدأ عنده الموظفون أول عمل لهم؟

٤ مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية. (الدرس ٩ - ٣)

٥ اختيار من متعدد: أي جملة مما يأتي ليست صحيحة وفقًا للقطاعات الدائرية أدناه. (الدرس ٩ - ٣)

مبيعات شركة سيارات



أ) حوالي $\frac{١}{٥}$ مبيعات الشركة كانت في شهر جمادى الأولى.

ب) مبيعات الشركة في شهر جمادى الآخرة أكثر من أي شهر آخر.

جـ) باعت الشركة العدد نفسه من السيارات في كلٍّ من شهري رجب وشعبان.

د) $\frac{١}{٢}$ مبيعات الشركة كانت في شهر رجب.

أوجد كلًا من المتوسط، والوسيط والمنوال، والمدى لكل مجموعة من البيانات مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (الدرس ٩ - ٤)

٦ عدد النقاط التي حصل عليها سعود في مسابقة ثقافية ٥,٥ ،٦,٢٥ ،٥ ،٥,٧٥ ،٦ ،٤,٥

٧ عدد الدقائق التي ركض فيها سالم في سبعة أيام ١٧ ،٣٣ ،٢٥ ،٢٢ ،١٧ ،٤١ ،٣٥

٨ اختيار من متعدد: كانت درجات ٢٩ طالبًا في مادة الرياضيات كما يلي: (الدرس ٩ - ٤)

درجات الرياضيات							
٧٧	٨٢	٦٥	٩٢	٧٧	٨٧	١٠٠	٨٣
٤٥	٧٣	٦٧	٨٧	٨٢	٥٩	٧٥	٧٧
٨٢	٧٥	٨٧	٥٢	٨٧	٧٩	٨٥	٨٢
٧٧	٦٨	٨٧	٧٨	٨٥			

أي المقاييس الآتية يظهر أكثر من غيره أن درجات الطلاب أعلى؟

أ) المنوال
ب) المتوسط
جـ) الوسيط
د) المدى

٩ـ٥ مقاييس التشتت

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa



فكرة الدرس:
أجد مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات.

المفردات
مقاييس التشتت
الربيعات
الربيع الأدنى
الربيع الأعلى
المدى الربيعي
القيم المتطرفة



استعد

الناتج المحلي: يبيِّن الجدول المجاور الناتج المحلي الإجمالي في المملكة العربية السعودية حسب نوع النشاط الاقتصادي لعام ٢٠١٧ م مقدرًا بملايين الريالات.

الناتج المحلي للمملكة العربية السعودية حسب نوع النشاط الاقتصادي لعام ٢٠١٧م

النشاط	الناتج المحلي (مليون ريال)
التعدين والتحجير	٦٣٠٥٦٣
الصناعات التحويلية	٣٢٨٣٤٧
التشييد والبناء	١٥٤٣٤٦
النقل والتموين والاتصالات	١٦٥١٣٤
الزراعة والأسماك	٦٥٢٢٤
تجارة الجملة والتجزئة	٢٧٤٨٣٢

١) أوجد الوسيط لهذه البيانات.
٢) قسِّم البيانات في الجدول إلى مجموعتين. مجموعة قيم مرتفعة (النصف الأعلى) ومجموعة قيم منخفضة (النصف الأدنى). ما عدد القيم في كل مجموعة؟
٣) ما الوسيط لكل مجموعة؟
٤) أوجد الفرق بين الإجابتين في السؤال الثالث.
٥) أوجد المدى لمجموعة البيانات.
٦) علامَ يدلك المدى عن الناتج المحلي لهذه الأنشطة؟

تستعمل **مقاييس التشتت** لوصف مدى انتشار البيانات حول القيم المتوسطة، وقد استعمل المدى في الدرس (٩– ٤) لوصف انتشار البيانات؛ وبذلك يُعد المدى أحد مقاييس التشتت. **الربيعات** قيم تعمل على تقسيم البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية، وتُعد من مقاييس التشتت أيضًا. وكما تذكر فإن الوسيط يقسم البيانات إلى قسمين متساويين.

النصف الأدنى: ٦٥٢٢٤ ، ١٥٤٣٤٦ ، ١٦٥١٣٤ — الوسيط — النصف الأعلى: ٢٧٤٨٣٢ ، ٣٢٨٣٤٧ ، ٦٣٠٥٦٣

وسيط النصف الأدنى من البيانات يُسمى **الربيع الأدنى**.

وسيط النصف الأعلى من البيانات يُسمى **الربيع الأعلى**.

وبذلك فإن نصف البيانات يقع بين الربيعين الأدنى والأعلى، وهذا يقودنا إلى مقياس آخر من مقاييس التشتت هو **المدى الربيعي**.

المدى الربيعي — مفهوم أساسي

المدى الربيعي هو مدى نصف البيانات التي تقع في الوسط، وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى.

مثـــال   إيجاد مقاييس التشتت

(١) برامج رياضية : أوجد مقاييس التشتت للبيانات في الجدول المجاور.

برامج قناة رياضية في عام	
المباراة	**العدد**
سباق سيارات	٢٠
سباق الخيل	٤١
كرة القدم	٢٠٤
كرة السلة	١٢٣
كرة اليد	٨٥
الكرة الطائرة	١٣٩
تنس الطاولة	٨٥
السباحة	٢٤

المدى = ٢٠٤ − ٢٠ = ١٨٤ مباراة.

لإيجاد الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى، رتِّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا.

الربيع الأدنى   الوسيط   الربيع الأعلى

٢٠   ٢٤   ٤١   ٨٥   ٨٥   ١٢٣   ١٣٩   ٢٠٤

$\frac{٢٤+٤١}{٢} = ٣٢,٥$ $\frac{٨٥+٨٥}{٢} = ٨٥$ $\frac{١٢٣+١٣٩}{٢} = ١٣١$

الوسيط = ٨٥، الربيع الأدنى = ٣٢,٥، الربيع الأعلى = ١٣١ .

المدى الربيعي = الربيع الأعلى − الربيع الأدنى = ١٣١ − ٣٢,٥ = ٩٨,٥ .

إرشادات للدراسة

قيمة المدى الربيعي

تدل القيمة العالية للمدى الربيعي على تشتت البيانات وتباعدها في منتصف مجموعة البيانات، في حين تدل القيمة المنخفضة له على تقارب هذه البيانات في منتصف مجموعة البيانات .

تحقق من فهمك :

أ) **مبيعات :** أوجد مقاييس التشتت للبيانات في الجدول المجاور.

أسعار جهاز تسجيل في عدة معارض (ريال)			
٥٠٠	٦٨٠	٨٥٠	٦٢٠
٥٠٠	٥٥٠	٨٠٠	٥٤٠
٥٥٠	٧٥٠	٦٠٠	٥٤٠

تعدُّ البيانات التي تقل عن المقدار: (الربيع الأدنى − (١,٥ × المدى الربيعي))
والتي تزيد على المقدار: (الربيع الأعلى + (١,٥ × المدى الربيعي)) **قيمًا متطرفة**.
والقيم المتطرفة هي البيانات التي تزيد أو تقل كثيرًا عن قيمة الوسيط.

مثـــال   إيجاد القيم المتطرفة

(٢) مساكن : أوجد القيم المتطرفة في بيانات الجدول أدناه.



توزيع المساكن المشغولة في ٦ محافظات في منطقة الباحة	
المحافظة	**المساكن المشغولة**
الباحة	١٨٥٣٣
بلجرشي	١٢٦٩٥
المخواة	١٢٥٧٣
قلوة	٩٩٦٧
المندق	٨٨٦٥
العقيق	٦٣٢٣

أوجد المدى الربيعي:

١٢٦٩٥ − ٨٨٦٥ = ٣٨٣٠

اضرب المدى الربيعي بـ ١,٥ :

١,٥ × ٣٨٣٠ = ٥٧٤٥

لإيجاد القيم المتطرفة اطرح ٥٧٤٥ من الربيع الأدنى، وأضف ٥٧٤٥ إلى الربيع الأعلى:

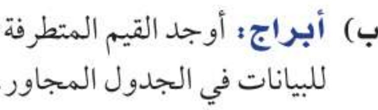
٨٨٦٥ − ٥٧٤٥ = ٣١٢٠

١٢٦٩٥ + ٥٧٤٥ = ١٨٤٤٠

وبذلك تكون القيمة المتطرفة الوحيدة هي ١٨٥٣٣؛ لأنها أكبر من ١٨٤٤٠



تحقق من فهمك:



ب) **أبراج:** أوجد القيم المتطرفة للبيانات في الجدول المجاور.

أعلى الأبراج في إحدى المدن (متر)				
٥٥٧	٤٩٤	٤٨٣	٤٨٣	٤٠٩
٤٥٤	٤٢٨	٤٢٠	٤٢٠	٣٨٥

مثال: استعمال مقاييس التشتت في وصف البيانات



ساعات نوم بعض أنواع الثدييات	
الخفاش	١٩,٩
أفعى البايثون	١٨,١
النمر	١٦
القط	١٢,١
الدلفين	١٠,٤
الفقمة	٦,٢
الحصان	٢,٩
الزرافة	١,٩

المصدر: Neuroscience For Kids

٣ نوم: استعمل مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول المجاور.

المدى= ١٩,٩ − ١,٩ = ١٨

الوسيط = ١١,٢٥

الربيع الأعلى = ١٧,٠٥

الربيع الأدنى = ٤,٥٥

المدى الربيعي= ١٧,٠٥ −٤,٥٥ = ١٢,٥

مدى هذه البيانات هو ١٨ ساعة. والوسيط ١١,٢٥. وينام ربع هذه الحيوانات ٤,٥٥ ساعات أو أقل، وينام ربع آخر ١٧,٠٥ ساعة أو أكثر، في حين يتراوح عدد ساعات نوم نصف هذه الحيوانات بين ٤,٥٥ إلى ١٧,٠٥.

الربط بالحياة: أثبتت أبحاث علوم المحيطات أن دماغ الدلفين ينقسم إلى قسمين؛ حيث ينام أحدهما، في حين يبقى النصف الآخر مستيقظًا وبالتناوب.

تحقق من فهمك:

جـ) **سباق الدراجات:** استعمل مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول المجاور.

عدد مرات الفوز برالي فرنسا للدراجات	
فرنسا	٣٦
بلجيكا	١٨
إيطاليا	٩
أسبانيا	٨
الولايات المتحدة الأمريكية	٨

المصدر: World Almanac For Kids

تأكد

مساحات: استعمل البيانات في الجدول أدناه للإجابة عن الأسئلة ١ −٥:

المثال ١

١) أوجد مدى هذه البيانات.

٢) أوجد الوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى.

٣) أوجد المدى الربيعي للبيانات.

المثال ٢

٤) حدِّد القيم المتطرفة.

المثال ٣

٥) استعمل مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول.



مساحات بعض الدول الإسلامية	
الدولة	المساحة (آلاف الكيلومترات المربعة)
السعودية	٢٢٤٠
باكستان	٨٢٢
المغرب	٧١١
ماليزيا	٣٣٠
عُمان	٣١٠
الكويت	١٨

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرّة)

تدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٦، ٧، ١٠، ١١	١
٨، ١٢	٢
٩، ١٣	٣

زراعة : استعمل البيانات في الجدول المجاور لحل الأسئلة ٦ – ٩:

إنتاج المناطق من الحبوب في أحد الأعوام	
المنطقة	**الإنتاج (لأقرب ألف طن)**
الجوف	٤٧٦
القصيم	٤١٨
جازان	٢٢٨
الرياض	١٧٧
تبوك	١١٧

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

٦ ما مدى هذه البيانات؟

٧ أوجد الوسيط والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعي لهذه البيانات.

٨ حدِّد القيم المتطرفة.

٩ استعمل مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول.

حيوانات: استعمل الجدول المجاور لحل الأسئلة ١٠ – ١٣:

عدد أنواع مملكة الحيوانات	
المفصليات	١١٠٠٠٠٠
الأسماك	٢٤٥٠٠
الطيور	٩٠٠٠
الثدييات	٩٠٠٠
الزواحف	٨٠٠٠
البرمائيات	٥٠٠٠

المصدر: World Almanac For Kids

١٠ ما مدى هذه البيانات؟

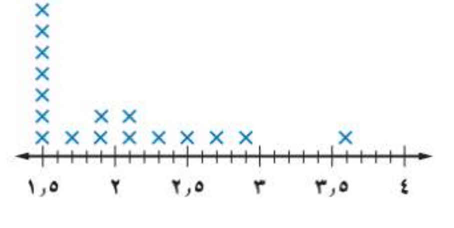
١١ أوجد الوسيط والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعي لهذه البيانات.

١٢ حدِّد القيم المتطرفة.

١٣ استعمل مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول.

الربط بالحياة: تعد القشريات والعناكب من فصيلة المفصليات، ويوجد ٧٥٠٠٠٠ نوع من الحشرات وحدها.

هزات أرضية : استعمل لوحة النقاط المجاورة لحل الأسئلة ١٤ – ١٦



١٤ أوجد المدى والمتوسط والوسيط والمنوال والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعي لمجموعة البيانات.

١٥ حدد القيم المتطرفة.

١٦ استعمل مقاييس التشتت لوصف هذه البيانات.

١٧ **أوجد البيانات:** اختر بعض البيانات الإحصائية عن المملكة، واكتب مسألة من واقع الحياة لتجد من خلالها مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت.

مسائل مهارات التفكير العليا

١٨ **مسألة مفتوحة :** اكتب مجموعة بيانات تتألف من ثمانية أعدادٍ على الأقل بحيث يكون المدى الربيعي لها ٢٠، ولها قيمة متطرفة واحدة.

١٩ **تَحدٍّ:** اكتب مجموعتين من البيانات لهما المدى نفسه غير أن المدى الربيعي لكل منهما مختلف؛ ثم اكتب مجموعتين أخريين من البيانات لهما الوسيط والربيعيات أنفسهما إلا أن مداهما مختلف.

٢٠ **اكتب** فسِّر عدم تأثُّر المدى الربيعي بالقيم الكبيرة جدًّا أو الصغيرة جدًّا من البيانات.

تدريب على اختبار

٤١ أيُّ الجمل الآتية **لا** يمكن أن تكون صحيحة بالنسبة لمقاييس التشتت لأي مجموعة من البيانات؟

أ) نصف البيانات تقع بين الربيعين الأعلى والأدنى.

ب) ثلاثة أرباع البيانات أكبر من الربيع الأدنى.

جـ) الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى تقسم مجموعة البيانات إلى ثلاثة أقسام متساوية.

د) ٥٠٪ من البيانات أقل من الوسيط.

٤٢ تمثّل القيم أدناه عدد الكيلومترات التي مشاها عبد العزيز في (١٢) أسبوعًا.

١٤، ٨، ٧، ٦، ٥، ٥، ١٠، ١١، ٨، ٨، ٦، ٧

أيُّ الجمل الآتية **ليست** صحيحة وفقًا لهذه البيانات؟

أ) نصف القيم أكبر من ٧,٥، ونصفها أقل من ٧,٥

ب) المدى يساوي ٩

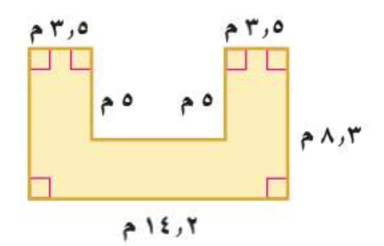
جـ) القيمة المتطرفة هي ١١

د) $\frac{1}{4}$ القيم أكبر من ٩

مراجعة تراكمية

٤٣ **أطوال:** أطوال عائلة سلطان بالبوصة هي: ٧٢، ٦٨، ٤٨، ٧١، ٦٧، أوجد كلًّا من المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى، مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٩ - ٤)

٤٤ **قياس:** أوجد مساحة الشكل المجاور، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٩ - ٢)



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثّل كل مجموعة من النقاط التالية على خط الأعداد.

٤٥ {٣، ٥، ٨، ٩، ١٠}

٤٦ {١٣، ١٥، ٢٠، ٢٧، ٣١}

٤٧ {٩، ١٣، ١٦، ١٧، ٢١}

٤٨ {٣، ٩، ١٠، ١٥، ١٩}





٩-٦ التمثيل بالصندوق وطرفيه

فكرة الدرس:
أعرض البيانات، وأمثلها باستخدام الصندوق وطرفيه، وأفسّرها.

المفردات
التمثيل بالصندوق وطرفيه
القيم القصوى

استعد

ارتفاعات: يبيّن الجدول المجاور ارتفاعات بعض مدن المملكة عن سطح البحر.

١ ما القيمة الصغرى لهذه البيانات؟
٢ ما الربيع الأدنى لهذه البيانات؟
٣ ما الوسيط لهذه البيانات؟
٤ ما الربيع الأعلى لهذه البيانات؟
٥ ما القيمة العظمى لهذه البيانات؟
٦ حدِّد القيم المتطرفة.

ارتفاعات بعض مدن المملكة عن سطح البحر

المدينة	الارتفاع (م)
حائل	٩١٥
تبوك	٧٠٠
المدينة المنورة	٦٢٠
الرياض	٦٠٠
مكة المكرمة	٣٠٠
حفر الباطن	٢١٠

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرّة)

يستعمل **التمثيل بالصندوق وطرفيه** خط الأعداد ليبيِّن انتشار مجموعة من البيانات. حيث يُرسم الصندوق حول قيم الربيعين، ويمتد من الطرفين خطان مستقيمان يصلان بين الربيعين و**القيم القصوى** للبيانات هي القيم العظمى والصغرى التي لا تكون قيمًا متطرفة.

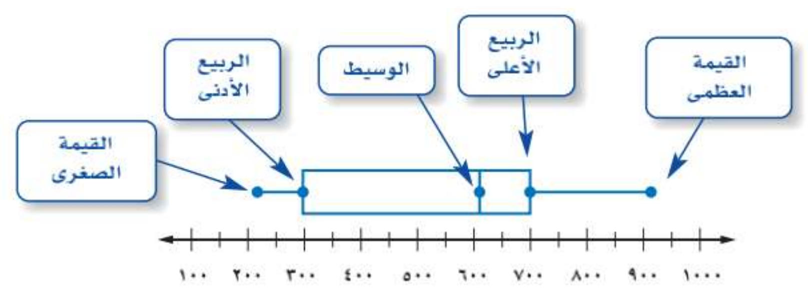
مثال — تمثيل الصندوق وطرفيه

١ **ارتفاعات:** مثّل البيانات في الجدول أعلاه بالصندوق وطرفيه.

الخطوة ١: ارسم خط الأعداد بحيث يتضمن القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

الخطوة ٢: حدِّد القيم القصوى، والوسيط، والربيع الأدنى، والربيع الأعلى، على خط الأعداد.

الخطوة ٣: ارسم الصندوق وطرفيه.





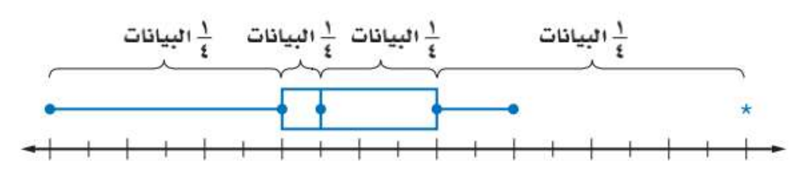
تحقق من فهمك:

مثّل مجموعتي البيانات الآتيتين بالصندوق وطرفيه:

أ) بلغت المسافات التي قطعها محمود في سيارته بالكيلو مترات خلال عدة أيام ما يأتي: ٤٢، ٣٨، ٤٢، ٤٥، ٤٣، ٦٥، ٥٥، ٥٠، ٣٤، ٣٦، ٤٠، ٣٥

ب) جاءت درجات الحرارة الدنيا بالفهرنهايتية لعدد من المدن العربية على النحو الآتي: ٥٢، ٥٨، ٦٧، ٦٣، ٤٧، ٤٤، ٥٢، ٢٨، ٤٩، ٦٥، ٥٢، ٥٩

يوزع التمثيل بالصندوق وطرفيه البيانات إلى أربعة أجزاء؛ ومع أن أطوال هذه الأجزاء غير متساوية؛ إلا أن كل جزء منها يتضمن ربع البيانات.



وكلما زاد طول الصندوق أو طول طرفيه ازدادت البيانات تباينًا وزاد مداها، بينما يدل قصر الطرف أو الصندوق على المدى القليل، وتدل إشارة النجمة (*) على القيم المتطرفة، ولا يتم توصيلها بالأطراف.

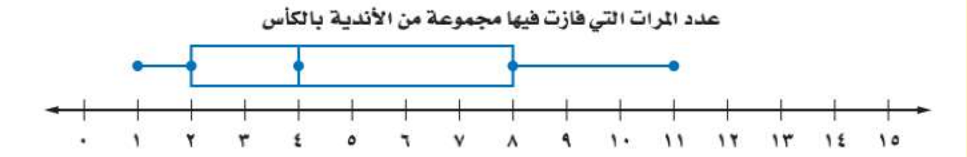





إن ممارسة الرياضة تقي بإذن الله من الإصابة بالسكري وارتفاع ضغط الدم وأمراض القلب. وتساعد على تحسين الحالة النفسية والمعنوية.

مثال — تفسير البيانات

٢ كرة قدم: علامَ يدل طول الصندوق وطرفيه في التمثيل الآتي؟

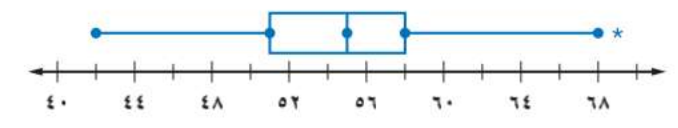


يظهر من الرسم أن البيانات بين الوسيط والربيع الأعلى أكثر تباعدًا وانتشارًا من تلك التي تقع بين الوسيط والربيع الأدنى؛ وبما أن الطرف الأيمن أطول من الطرف الأيسر، فإن البيانات الأكبر من الربيع الأعلى تكون أكثر تباعدًا وانتشارًا من سواها الأقل من الربيع الأدنى.



جـ) عمل: قارن بين بيانات الوسيط والربيع الأعلى وبيانات الوسيط والربيع الأدنى في الرسم أدناه.









مثال **مقارنة البيانات**

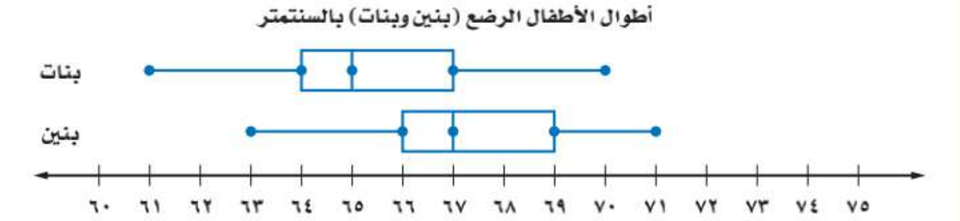


الربط بالحياة:

كيف يستعمل أطباء الأطفال الرياضيات؟

يستعمل أطباء الأطفال الرسوم البيانية لمراقبة سلامة نمو الأطفال الرضع والأطفال الصغار.

٣ **أطوال:** **بالاعتماد على تمثيل الصندوق وطرفيه المزدوج أدناه، والذي يبيِّن أطوال مجموعة من الأطفال الرضع ذوي الأعمار المتساوية (بنين وبنات)، قارن بين أطوال كلا الجنسين.**



البنات أقصر من البنين بصورة عامة. فالربيع الأعلى للطول لدى البنات هو ٦٧سم مما يعني أن أطوال ٧٥٪ منهن هو ٦٧سم أو أقل، على حين أن الربيع الأدنى لدى البنين هو ٦٦سم مما يعني أن أطوال ٧٥٪ منهم هو ٦٦سم أو أكثر.



تحقق من فهمك:

د) **أطوال:** بناءً على تمثيل الصندوق وطرفيه المزدوج أعلاه؛ ما النسبة المئوية للبنين والبنات الذين أطوالهم ٦٧ سنتمترًا أو أقل.

تأكد

مثّل كل مجموعة بيانات فيما يأتي بالصندوق وطرفيه:

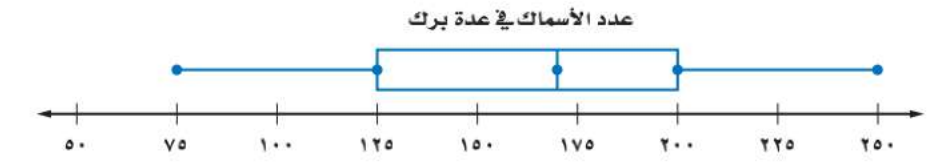
المثال ١

١ عدد ساعات مناوبة ثمانية أطباء في أحد الأسابيع:
٣٨، ٤٣، ٣٦، ٣٧، ٣٢، ٣٧، ٢٩، ٥١

٢ درجات الطلاب في الرياضيات:
١٠٠، ٧٠، ٧٠، ٩٠، ٥٠، ٩٠، ٥٠، ٩٠، ١٠٠، ٥٠، ٩٠، ١٠٠، ٩٠، ٥٠، ٢٥، ٨٠

المثال ٢

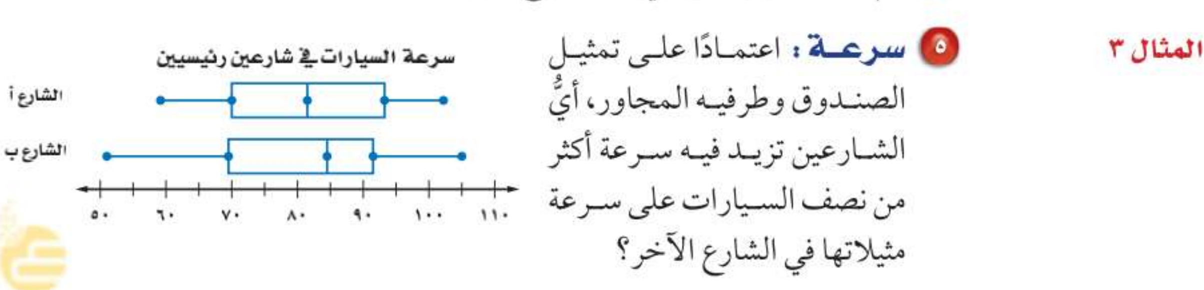
سمك: **استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه لحل السؤالين ٣ ، ٤ .**



٣ ما المدى الربيعي للبيانات؟

٤ كم سمكة على الأقل في ثلاثة أرباع البرك ؟

المثال ٣



٥ **سرعة:** اعتمادًا على تمثيل الصندوق وطرفيه المجاور، أيُّ الشارعين تزيد فيه سرعة أكثر من نصف السيارات على سرعة مثيلاتها في الشارع الآخر؟

تدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٦ – ٩	١
١٠ – ١٣، ١٥	٢
١٤، ١٦ – ١٨	٣

مثّل مجموعات البيانات الآتية بالصندوق وطرفيه:

٦ أعمار مراجعي عيادة الأسنان في يوم السبت:
٤٩، ٤٥، ٥٥، ٣٢، ٢٨، ٥٣، ٢٦، ٣٨، ٣٥، ٣٥، ٥١

٧ المسافة بالكيلومترات بين محطات التوقف على طريق سريع هي:
٧٧، ٨٥، ٧٢، ٧٦، ٩٥، ٩٠، ٧٣، ٨٢، ٨٢، ٨٠، ٧٣

٨ سرعات طائرات بالميل في الساعة:
٥٤٠، ٤٦٠، ٥٢٠، ٣٥٠، ٥٠٠، ٤٨٠، ٤٧٥، ٥٢٥، ٤٥٠، ٥١٥

٩ أسعار بعض الأجهزة الكهربائية بالريال:
٢٢٥، ٢٤٥، ٢٢٠، ٢٧٠، ٣٥٠، ٢٨٠، ٢٣٠، ٢٤٠، ٢٢٥، ٢٧٠

جغرافيا: استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه المجاور لحل السؤالين ١٠ ، ١١ :

١٠ ما نسبة المدن التي يزيد عدد سكانها على ١٠٠٠٠٠ ؟

عدد سكان ١٣ مدينة (بالآلاف)



١١ ماذا تستنتج عن البيانات فوق الربيع الأعلى؟

محميات طبيعية: استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه الآتي لحل السؤالين ١٢ ، ١٣ :

مساحات عشر محميات طبيعية بالهكتار

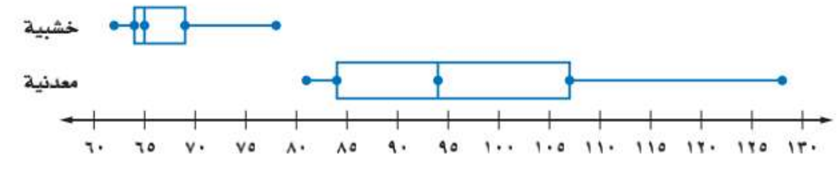


١٢ ما عدد القيم المتطرفة لهذه البيانات؟

١٣ صف توزيع البيانات. كيف تصف مساحة معظم المحميات؟

العجلة الدوّارة: استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه أدناه لحل الأسئلة ١٤ – ١٨ :

سرعة العجلة الدوارة (ميل/ساعة)



١٤ أي مجموعة بيانات لها مدى أكبر؟

١٥ ما عدد القيم المتطرفة في هذه البيانات؟

١٦ ما نسبة العجلات الخشبية التي سارت بسرعة ٦٩ ميلًا| ساعة على الأقل؟

١٧ ما نسبة العجلات المعدنية التي سارت بسرعة ٨٤ ميلًا| ساعة على الأقل؟

١٨ أيُّ العجلتين تسير بسرعة أكبر: المعدنية أم الخشبية؟ فسر إجابتك.



مساكن: استعمل الجدول المجاور لحل السؤالين ١٩ ، ٢٠:

المساكن المشغولة في بعض مناطق المملكة في أحد الأعوام	
المنطقة	**العدد بالآلاف**
الرياض	١١٥٤
مكة المكرمة	١٣٢٢
المدينة المنورة	٣٠٩
القصيم	٢٠٢
المنطقة الشرقية	٦١٩
عسير	٣٣٤
جازان	١٩٩

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

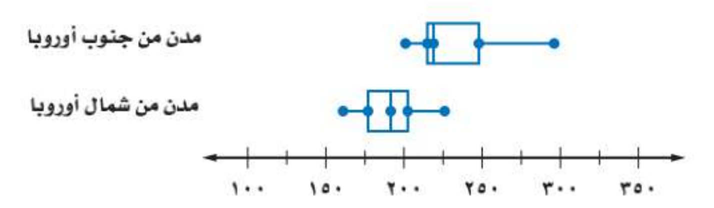
١٩ أنشئ لوحة الصندوق وطرفيه للبيانات، ثم حدد الفترة التي تنتشر فيها البيانات بدرجة أكبر.

٢٠ وضِّح كيف تتأثر لوحة الصندوق وطرفيه إذا استثنينا عدد مساكن الرياض ومكة المكرمة.



الربط بالحياة: يصل معدل عدد الأيام المشمسة في بعض المدن العربية إلى ٣٣٠ يومًا في السنة.

طقس: استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه أدناه لحل السؤالين ٢١ ، ٢٢.



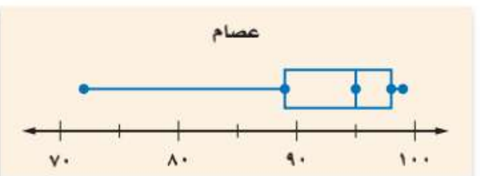
٢١ ما نسبة مدن جنوب أوروبا التي تزيد فيها درجة الحرارة على الربيع الأدنى لمدن شمال أوروبا؟

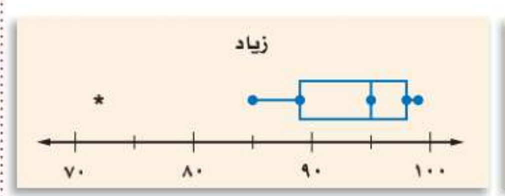
٢٢ اكتب جملة واحدة أو جملتين تقارن فيهما مدن شمال أوروبا وجنوبها من حيث معدل الأيام المشمسة.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٣ **اكتشف الخطأ:** مثّل عصام وزياد مجموعة البيانات الآتية بالصندوق وطرفيه. فأيُّهما تمثيله صحيح؟ وضّح إجابتك.

٧٢، ٨٥، ٨٩، ٩٠، ٩٠، ٩٥، ٩٧، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ٩٩





٢٤ **تبرير:** كانت قيم الربيع الأدنى والوسيط والربيع الأعلى لمجموعة من البيانات بالترتيب هي: س، ص ، ٧٠. فإذا أردنا التمثيل بالصندوق وطرفيه بالاعتماد على هذه المعلومات، فأعطِ قيمًا لِـ س وَ ص في الحالتين الآتيتين:

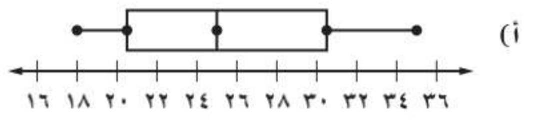
أ) يقسم الوسيط الصندوق إلى قسمين متساويين.

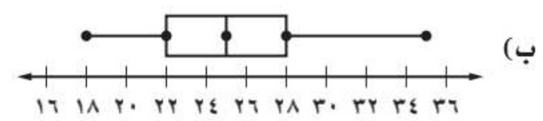
ب) المسافة بين الوسيط والربيع الأعلى تساوي مثلي المسافة بين الوسيط والربيع الأدنى.

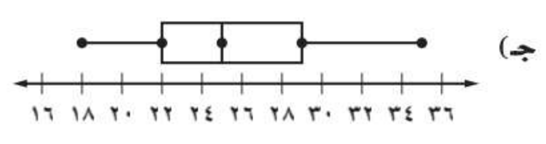
٢٥ **اكتب** وضّح إيجابيات استعمال الصندوق وطرفيه في تمثيل البيانات.

تدريب على اختبار

٢٦ أيُّ التمثيلات الآتية يصِف مجموعة البيانات ١٨، ٢٢، ٣١، ٢٥، ٣٠، ١٩، ٢٦، ٢٤، ٣٥؟

أ) 

ب) 

جـ) 

د) ١٦ ١٨ ٢٠ ٢٢ ٢٤ ٢٦ ٢٨ ٣٠ ٣٢ ٣٤ ٣٦

٢٧ أيُّ الجمل الآتية **ليست** صحيحة وفقًا للتمثيل أدناه؟

٣٦ ٤٠ ٤٤ ٤٨ ٥٢ ٥٦ ٦٠ ٦٤ ٦٨ ٧٢ ٧٦

أ) القيمة ٦٩ متطرفة

ب) نصف القيم أكبر من ٥٥

جـ) $\frac{1}{4}$ القيم تقع في الفترة ٥٨–٦٩

د) توجد قيم في الفترة ٤٢–٥١ أكثر من الفترة ٥٥–٥٨

مراجعة تراكمية

٢٨ أوجد كلًّا من المدى، والوسيط، والربيعين الأدنى والأعلى، والمدى الربيعي، وأية قيم متطرفة لمجموعة البيانات الآتية: (الدرس ٩ – ٥)

٧٣، ٥٢، ٣١، ٥٤، ٤٦، ٢٨، ٤٧، ٤٩، ٥٨

٢٩ **درجات حرارة:** أوجد كلًّا من المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى لدرجات الحرارة الفهرنهايتية الآتية مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٩ – ٤)

٧٦، ٦٥، ٩١، ٣٤، ٢٣، ٤٥، ٧٤، ٦٥، ٨٢، ٣١، ٦٥، ٢٤

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثِّل كل مجموعة من البيانات باستعمال التمثيل بالنقاط:

٣٠ ٢، ٥، ٩، ٨، ٢، ٦، ٢، ٥، ٨، ١٠

٣١ ١٤، ١٢، ٩، ٧، ١٢، ١٠، ١٤، ٧، ٨، ١٢





٩-٧ التمثيل بالساق والورقة

فكرة الدرس:
أعرض البيانات، وأمثّلها بالساق والورقة، وأفسّرها.

المفردات
التمثيل بالساق والورقة
الساق
الورقة
التمثيل المزدوج للساق والورقة

إستعدّ

تمثّل البيانات الآتية عدد سنوات خبرة موظفي إحدى الشركات:

عدد سنوات الخبرة لموظفي إحدى الشركات								
٩	٧	٤	٩	٦	١٥	٧	١١	٥
٣	٣	٢١	٤	١١	٥	٧	٣٤	١٠
١٠	٣	١١	١٠	٣	٣١	٢١	٥	٣
٦	٢٧	٧	١٢	٥	١٥	٤	٣	
٤٠	١٥	٦	١٧	٥	٣	٨	١٣	
٩	٤	٨	١٠	٤	٢٠	٣	١١	

نظّم البيانات السابقة في فئات على النحو الآتي:
٠ – ٩، ١٠ – ١٩، ٢٠ – ٢٩، ٣٠ – ٣٩، ٤٠ – ٤٩

١ هل أعداد الموظفين في كل فئة متساوية؟
٢ اذكر إحدى مزايا توزيع البيانات ضمن فئات.

تُرتب البيانات العددية في التمثيل **بالساق** و**الورقة** ترتيبًا تصاعديًّا أو تنازليًّا، حيث تُشكل الأعداد في المنزلة الكبرى **السيقان**، على حين تشكّل الأعداد في المنزلة التي تليها **الأوراق**.

مثال من واقع الحياة — تمثيل البيانات بالساق والورقة

١ **مستشفى:** **يمثّل الجدول المجاور أعداد المراجعين لمستشفى ما خلال أسبوع؛ مثّل البيانات المتعلقة بالرجال باستعمال الساق والورقة.**

أعداد المراجعين من الرجال والنساء		
القسم	**رجال**	**نساء**
جراحة عامة	٥٢	٤٧
أنف وأذن وحنجرة	٦١	٤٢
باطنية	٤٢	٤٢
القلب	٦٠	١٧
العيون	٤٤	٤٢
الكلى	٥٠	٥٤
العلاج الطبيعي	٤٢	٥٢
الأعصاب	٥٥	٤٢
المسالك البولية	٤٩	٢٩
العظام	٤٦	٣٧

الخطوة ١: أوجد أكبر وأصغر عدد في البيانات، ثم حدِّد رقم المنزلة الكبرى لكل منهما.

- أصغر عدد هو ٤٢، رقم المنزلة الكُبرى هو ٤.
- أكبر عدد هو ٦١، رقم المنزلة الكُبرى هو ٦.

الخطوة ٢: ارسم خطًّا رأسيًّا، ثم سجِّل السيقان من ٤ إلى ٦ على يسار الخط.

الساق	الورقة
٤	
٥	
٦	



الخطوة ٣ : اكتب الأوراق المناظرة لكل ساق على الجانب الآخر من الخط، فمثلًا: للعدد ٤٢ اكتب ٢ إلى يمين الرقم ٤.

الخطوة ٤ : رتِّب الأوراق ترتيبًا تصاعديًّا؛ كرِّر الورقة بقدر عدد مرات ظهورها في البيانات. ثم ضع مفتاحًا يوضح كيف تقرأ البيانات.

الساق	الورقة
٤	٢ ٤ ٢ ٩ ٦
٥	٢ ٠ ٥
٦	١ ٠

أعداد المراجعين الرجال

الساق	الورقة
٤	٢ ٢ ٤ ٦ ٩
٥	٠ ٢ ٥
٦	٠ ١

٢ | ٥ = ٥٢ مراجعًا

تحقق من فهمك:

أ) مثِّل البيانات الواردة في مثال ١ والمتعلقة بالنساء باستعمال الساق والورقة.





تفسير البيانات

٢ صحة : **يمثِّل الساق والورقة أدناه أعمار بعض المصابين بمرض السكري.**

أعمار مصابين بمرض السكري

الساق	الورقة
٤	٢ ٣ ٦ ٦ ٧ ٨ ٩ ٩
٥	٠ ٠ ١ ١ ١ ١ ٢ ٢ ٤ ٤ ٤ ٤ ٤ ٥ ٥ ٥ ٥ ٦ ٦ ٦ ٧ ٧ ٧ ٧ ٨
٦	٠ ١ ١ ١ ٢ ٤ ٤ ٦ ٨ ٩

٥ | ٠ = ٥٠ سنة

بالاعتماد على البيانات أعلاه، كيف تصف أعمار المصابين بمرض السكري؟

- تتركز معظم البيانات في الفئة ٥٠ – ٥٩
- يبلغ عمر أصغر رجل مصاب ٤٢ سنة. وعمر أكبر مصاب ٦٩ سنة. والمدى هو ٢٧
- وسيط الأعمار هو ٥٥

الربط بالحياة:

حسب الإحصائيات العالمية التي أشار إليها الاتحاد الدولي للسكري، فإن أكثر من ٤٠٠ مليون بالغ مصاب بداء السكري، ويقدر عدد المصابين حاليًا في المملكة العربية السعودية بنحو ١,٨ مليون من الذين تزيد أعمارهم على ١٥ عامًا ، ويمكن قياس نسبة السكر في الدم من خلال التحليل أو الأجهزة الإلكترونية.

تحقق من فهمك:

بالعودة إلى تمثيل الساق والورقة في المثال ١ :

ب) أي الفئات يتركز فيها أعداد المراجعين الذكور؟

جـ) ما مدى البيانات؟

د) ما الوسيط لعدد المراجعين الذكور؟

يمكن مقارنة مجموعتين من البيانات **بالتمثيل المزدوج للساق والورقة**. يبيِّن تمثيل الساق والورقة أدناه عينة من درجات مادة الرياضيات لطلاب فصلين مختلفين في الثاني المتوسط.

درجات الرياضيات

الفصل (أ)	الساق	الفصل (ب)
٤ ٢	٧	٧ ٦ ٥ ٥ ٤ ٢ ٢ ٢
٠ ٢ ٢ ٥ ٧ ٩	٨	٨ ٨ ٨ ٥ ٤
١ ٣ ٤ ٦ ٨ ٩ ٩	٩	١ ٠ ٠

٢ | ٧ = ٧٢   ٧ | ٦ = ٧٦

أوراق مجموعة البيانات الأولى على أحد جانبي الساق.

أوراق مجموعة البيانات الثانية على الجانب الآخر من الساق.

مثال من واقع الحياة — مقارنة البيانات

٣ طقس: يبيِّن التمثيل بالساق والورقة المجاور معدل درجـات الحرارة الشهري لكل من مدينتي القاهرة وبغداد. فما المدينة التي تتباين فيها درجات الحرارة أكثر؟ وضّح إجابتك.

معدل درجة الحرارة

بغداد	الساق	القاهرة
٩	٠	
١ ١ ٦ ٧	١	٩ ٧ ٤ ٤ ٢
٢ ٢ ٥	٢	٨ ٨ ٧ ٥ ٤ ٣ ١
٢ ٤ ٤ ٥	٣	

٥ | ٣ = ٣٥°   ٢ | ١ = ٢١°

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرّة)

تتوزَّع درجات الحرارة في مدينة بغداد خلال العام، بينما تتجمع في مدينة القاهرة، وبالتالي فإن درجات الحرارة في مدينة بغداد أكثر تباينًا.

تحقّق من فهمك: استعمل درجات الاختبار أدناه:

هـ) أي الصفين حصل على نتائج أعلى في الاختبار؟ وضّح إجابتك.

و) أي الصفين كانت نتائج اختباره أكثر تباينًا؟ وضّح إجابتك.

درجات الاختبار

الصف السادس أ	الساق	الصف السادس ب
٣	٧	٨ ٨ ٣ ٢ ٢
١ ٢ ٥ ٦ ٦ ٨ ٩ ٩	٨	٧ ٦ ٣ ١ ٠ ٠
٠ ٢ ٢ ٣ ٣ ٣ ٣ ٥ ٦	٩	٣ ٢ ١ ١ ٠

٣ | ٧ = ٧٣٪   ٧ | ٨ = ٧٨٪

تأكد

المثال ١ مثّل بالساق والورقة كلًّا من البيانات الآتية:

١

معدل أعمار					
الحيوان	**العمر**	**الحيوان**	**العمر**	**الحيوان**	**العمر**
الفيل الآسيوي	٤٠	الفيل الإفريقي	٣٥	الأسد	١٥
الحصان	٢٠	الثعلب	٧	السنجاب	٦
الماعز	١٢	البقرة	١٥	فرس النهر	٤١

المصدر: World Almanac For Kids

٢

عدد الدول المشاركة في دورة الألعاب الأولمبية الصيفية (١٩٦٠-٢٠٠٤)												
السنة	٦٠	٦٤	٦٨	٧٢	٧٦	٨٠	٨٤	٨٨	٩٢	٩٦	٢٠٠٠	٢٠٠٤
الدول	٢٣	٢٢	٢٩	٤٤	٤٢	٤٢	٤٢	٦١	٨٢	١٠٣	١٢٨	١٣٦

المصدر: International Paraympic Committee

المثال ٢ **مدرسة:** لحل الأسئلة ٣-٥ استعمل التمثيل المجاور الذي يبيِّن درجات الطلاب في مادة الرياضيات:

درجات الرياضيات

الساق	الورقة
٥	٠ ٩
٦	٤ ٥ ٧ ٨
٧	٠ ٤ ٤ ٥ ٥ ٦ ٧ ٨ ٨
٨	٢ ٣ ٣ ٥ ٧ ٨
٩	٠ ١ ٥ ٥ ٩

٩ | ٥ = ٥٩٪

٣ ما الدرجتان العليا والدنيا في الاختبار؟

٤ ما وسيط هذه الدرجات؟

٥ اكتب جملة تصف الدرجات.

المثال ٣ **طعام:** استعمل تمثيل الساق والورقة المزدوج المجاور لحل السؤالين ٦ ، ٧:

كمية الدهن بالجرام في فطائر اللحم والدجاج

لحم	الساق	دجاج
	٠	٨
٠ ٥ ٩	١	٩٨٥٥٣٣
٠ ٦	٢	٠
٠ ٣ ٦	٣	

٦ | ٢ = ٢٦ جم   ١ | ٣ = ١٣ جم

٦ ما أعلى كمية دهون في كل نوع من أنواع الفطائر؟

٧ أيُّ أنواع الفطائر يحوي كمية أقل من الدهن بصورة عامة؟ فسِّر إجابتك.

تـدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٨، ٩	١
١٠ - ١٥	٢
١٦ - ١٩	٣

مثّل بالساق والورقة كلًّا من البيانات الآتية:

٨

مساحات القارات لأقرب مليون كلم٢	
القارة	**المساحة**
آسيا	٤٥
إفريقيا	٣٠
أمريكا الشمالية	٢٤
أمريكا الجنوبية	١٨
القطبية الجنوبية	١٤
أوروبا	١٠
أستراليا	٩

المصدر: The World Almanac

٩

عدد سكان بعض الدول العربية	
الدولة	**عدد السكان لأقرب مليون**
الأردن	٥
سوريا	٢٣
العراق	٣١
الإمارات	٤
اليمن	٢٤
السعودية	٣٠
السودان	٣٢
مصر	٨٠
الجزائر	٣٧

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرّة)

تحليل الجداول: لحل الأسئلة ١٠ - ١٥

استعمل الجدول المجاور.

أسعار ألعاب في متجر بالريال	
اللعبة	**السعر**
لوح تزلج	٤٣
برامج ألعاب حاسوب	٤٠
دمية	٤٧
حيوانات صغيرة	٤٩
قطع تركيب	٧٠
مجموعة ألوان	٦٥
كرة قدم	٥٠
صورة تجميعية	٧٣
سبورة	٤٩
سيارة	٤٧
دمى قطنية	٤٨
أوراق لاصقة	٥١
مجموعة قصصية	٥٨

١٠ ما متوسط هذه الأسعار؟

١١ مثّل الأسعار بالساق والورقة.

١٢ أيُّ هذه الأسعار أعلى؟

١٣ ما عدد الألعاب التي يقل سعرها عن ٥٠ ريالًا؟

١٤ ما وسيط أسعار الألعاب بالريال؟

١٥ اكتب جملة تصف أسعار الألعاب.

تحليل الجداول: لحل الأسئلة ١٦ - ١٩

استعمل المعلومات المجاورة الممثّلة بالساق والورقة تمثيلًا مزدوجًا:

درجات الاختبار الشهري لفصلين في العلوم

الفصل (أ)	الساق	الفصل (ب)
٢ ٣ ٣ ٣ ٤ ٦ ٨ ٩ ٩	٠	٢ ٣ ٦ ٦ ٧ ٧ ٧ ٨
٠ ٠ ٠ ١ ٢ ٢ ٦	١	٣ ٤ ٥

٠|١ = ١٠ ١|٣ = ١٣

١٦ ما أعلى درجة في الفصل (ب)؟

١٧ ما أقل درجة في الفصل (أ)؟

١٨ ما عدد طلاب الفصل (أ)؟

١٩ قارن بين الوسيطين لدرجات الفصلين.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٠ **جمع البيانات:** مثّل بالساق والورقة أطوال طلاب فصلك بالسنتمترات، ثم اكتب عدة جملٍ تصف هذه البيانات وتحلّلها.

٢١ **تحدٍّ:** مثّل بالساق والورقة مجموعة بيانات تتألف من ١٠ قيم على الأقل، بحيث تكون القيمة العظمى ٧٠ والمدى ٥٠ والوسيط ٢٥.

تدريب على اختبار

٢٢ يبيِّن التمثيل بالساق والورقة أدناه كمية البروتين بالجرام في بعض الأطعمة.

كمية البروتين (جم)

البذور، المكسرات، البقوليات	الساق	منتجات الألبان
٥ ٦ ٩	٠	٩٨٨٧٧٦٢٢
٤ ٥ ٨	١	٠
	٢	٦
٩	٣	

٩|٣ = ٣٩ جرامًا   ٢|٦ = ٢٦ جرامًا

أيُّ جملة مما يأتي صحيحة وفقًا لهذا التمثيل؟

أ) وسيط كمية البروتين في منتجات الألبان هو ٩ جرامات.

ب) الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة لكمية البروتين في منتجات الألبان هو ٢٨

جـ) متوسط كمية البروتين في البذور والمكسرات والبقوليات أكبر من متوسطها في منتجات الألبان.

د) أكبر قيمة لكمية البروتين في البذور والمكسرات والبقوليات هي ٩٣



مراجعة تراكمية

٢٣ مثِّل مجموعة البيانات الآتية بالصندوق وطرفيه.

٢٢، ٢٥، ٣٦، ٤٢، ٣٣، ٧٦، ٤٥، ٥٣، ٤٤، ٣٦، ٣٧، ٢٩ (الدرس ٩ - ٦)

أرباح: **استعمل الجدول المجاور للإجابة عن السؤالين ٢٤، ٢٥** (الدرس ٩ - ٥)

أرباح محل تجاري في ستة أيام متتالية	
اليوم	**المبلغ (ريال)**
السبت	١٤٥٩
الأحد	١٤٥٠
الإثنين	١٢٤٣
الثلاثاء	٢٣٤٨
الأربعاء	٩٨١
الخميس	١٩٠٠

٢٤ أوجد كلًّا من: المدى، الوسيط، الربيع الأعلى، الربيع الأدنى، المدى الربيعي.

٢٥ أوجد القيم المتطرفة.

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: **أوجد كلًّا من المتوسط والوسيط لكل مجموعة من البيانات فيما يأتي:** (الدرس ٩ - ٤)

٢٦ ٧٥، ٦٦، ٦٧، ٨٥، ٨٦، ٧٤، ٧٤، ٦٢، ٧٢

٢٧ ٢٠، ٢٨، ٢١، ١٦، ١٦، ١٥، ٢٠، ٢١، ٥٦، ١٧، ١٦، ١٨



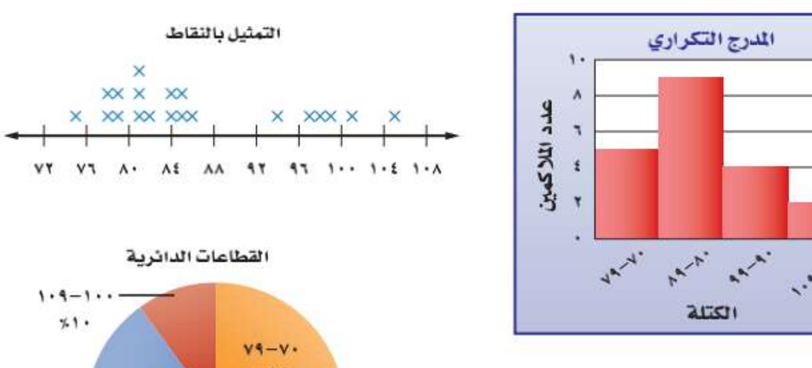


٩-٨ اختيار طريقة التمثيل المناسبة

فكرة الدرس:
أختار طريقة التمثيل المناسبة لمجموعة البيانات.

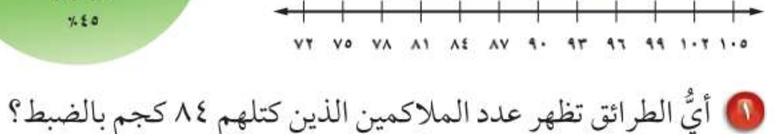
استعد

رياضة: سُجلت كتل مجموعة من الملاكمين بالكيلوجرامات ثم مُثّلت بالطرائق الآتية:









١) أيُّ الطرائق تظهر عدد الملاكمين الذين كتلهم ٨٤ كجم بالضبط؟

٢) أيُّ الطرائق تظهر فترة الكتلة لنصف عدد الملاكمين ؟

إذا أردت اختيار أنسب طريقة لتمثيل البيانات، فعليك أن تفكر في نوعها، وما الذي تريد عرضه، أو إبرازه من خلال التمثيل.

مثال — اختيار طريقة التمثيل المناسبة

١) **تنظيم الوقت: اختر طريقة التمثيل المناسبة التي توضّح كيفية قضاء أجزاء اليوم في إنجاز نشاطات مختلفة. فسّر سبب اختيارك.**

بما أن الرسم يتعلق بجزء من كل، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية سيكون اختيارًا مناسبًا لتمثيل هذه البيانات.

تحقق من فهمك:

اختر طريقة التمثيل المناسبة لكلٍّ مما يأتي:

أ) توزيع عدد سكان المملكة العربية السعودية بحسب الفئات العمرية.

ب) انتشار أعلى معدل سرعة لمئة نوع من السيارات.



التمثيل الإحصائي

ملخص المفهوم

نوع التمثيل	يفضل استعماله ....
التمثيل بالأعمدة	عند توضيح عدد القيم لكل صنف من أصناف البيانات.
الصندوق وطرفاه	عند توضيح مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات.
القطاعات الدائرية	عند مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.
المدرج التكراري	عند توضيح تكرار البيانات الموزَّعة في فئات متساوية.
التمثيل بالخطوط	عند توضيح تغير البيانات في فترة زمنية معينة.
التمثيل بالنقاط	عند توضيح تكرار كل قيمة من قيم البيانات .
الساق والورقة	عند عرض قيم البيانات بصورة فردية مكثَّفة.
أشكال ڤن	عند توضيح ارتباط المفردات بعضها ببعض من خلال مجموعات مترابطة في البيانات.

إرشادات للدراسة

مراجعة
يمكنك مراجعة دروس التمثيل بالخطوط والأعمدة وأشكال ڤن .

مثال إنشاء التمثيل البياني المناسب

٢) حجاج: اختر الطريقة الأنسب لتمثيل البيانات في الجدول الآتي للتنبؤ بعدد حجاج بيت الله الحرام لعام ١٤٣٩هـ ؛ وبرِّر إجابتك، ثم مثِّل البيانات.

حجاج بيت الله الحرام (مليون)							
السنة	١٤٣٢	١٤٣٣	١٤٣٤	١٤٣٥	١٤٣٦	١٤٣٧	١٤٣٨
عدد الحجاج	٢,٩٢٨	٣,١٦٢	١,٩٨	٢,٠٨٥	١,٩٥٣	١,٨٦٣	٢,٣٥٢

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء



الربط بالحياة: لعبت التوسعات المستمرة التي شهدتها أروقة الحرمين الشريفين والمشاعر المقدسة وكذلك الارتقاء بالخدمات والبنى التحتية من مواصلات وطرق ومطارات وفنادق سكنية ومخيمات للحجاج في المشاعر المقدسة وغيرها من الخدمات المقدمة من حكومة المملكة دوراً كبيراً في ازدياد أعداد الحجاج القادمين لأداء فريضة الحج خلال السنوات الماضية.

تتغير هذه البيانات مع مرور الزمن. إذن تمثيل البيانات بالخطوط تُعد الطريقة الأنسب لتمثيل البيانات.



تحقق من فهمك:

جـ) محيطات: يبيِّن الجدول المجاور مساحات المحيطات الخمسة بالأميال المربعة. اختر الطريقة الأنسب لتمثيل البيانات، ثم مثِّلها.

المحيط	المساحة بالميل المربع
الشمالي	٥٤٢٧٠٠٠
الأطلسي	٢٩٦٣٧٠٠٠
الهندي	٢٦٤٦٩٠٠٠
الهادئ	٦٠٠٦٠٧٠٠
الجنوبي	٧٨٤٨٣٠٠

المصدر: Info Please



المثال ١

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكلِّ نوع من البيانات. فيما يأتي، وبرِّر اختيارك:

١ عدد طلاب الصف الثاني المتوسط الحاصلين على التقديرات: ممتاز، جيد جدًّا، جيد، مقبول.

٢ مبيعات أحد أنواع العباءات مقارنة ببقية الأنواع.

المثال ٢

٣ **اختبار:** درجات اختبار الرياضيات لأحد فصول الصف الثاني المتوسط.

درجات اختبار الرياضيات للصف الثاني المتوسط														
٧٢	٦٨	٧٧	٩٢	٨١	٨٥	٨١	٩٦	٨١	٧٩	٧١	٦٣	٨٩	٧٧	٩٨
٨٨	٧٤	٨٨	٩١	٦٧	٧٨	٧٧	٨٥	٧٣	٩١	٩٢	٨٥	٧٢	٨٥	٧٤

تــدرَّب وحلَّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٤ – ٩	١
١٠ – ١٣	٢

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:

٤ عدد مشتركي الهواتف النقالة للسنوات الخمس الأخيرة.

٥ مجموع نقاط سائقي رالي السيارات الفائزين بالمراتب العشر الأُوَل.

٦ توزيع دخل الأسرة على المتطلبات المنزلية.

٧ وسيط نتائج اختبار مادة الإنجليزي لأحد الصفوف.

٨ كمية استهلاك الوقود لسيارات طراز ٢٠١٨م.

٩ أعداد المواطنين الذين يتقنون اللغة الإنجليزية أو الفرنسية أو الألمانية في المملكة العربية السعودية.

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل مسألة فيما يأتي، وبرِّر إجابتك، ثم مثِّلها:

١٠

أنواع الرياضات المفضَّلة عند الطلاب في إحدى المناطق التعليمية	
النوع	عدد الطلاب (آلاف)
كرة القدم	١٠,١
كرة الطاولة	٩
السباحة	٨,٩
ركوب الدراجات	٧,٦
الجري	٦,٢
الكرة الطائرة	٦,٢
كرة السلة	٥,٥

١١

متوسط أطوال البنات	
العمر بالسنوات	الطول (بوصة)
١٠	٥٦,٤
١١	٥٩,٦
١٢	٦١,٤
١٣	٦٢,٦
١٤	٦٣,٧
١٥	٦٣,٨



١٢ حيوانات: أنشئ أنسب طريقة لتمثيل البيانات في الجدول المجاور.

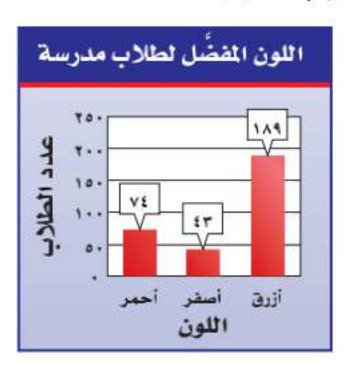
الحيوانات المهددة بالانقراض	
الصنف	**عدد الأنواع**
الثدييات	٦٨
الأسماك	٧٤
الزواحف	٢٦
الطيور	٧٧
اللافقاريات	١٥٣

المصدر: National Health and Nutrition Examination Survey

١٣ ألبان: قامت إحدى شركات إنتاج الألبان بمسح لنكهة الحليب المفضلة فتبيَّن أن ٥٩ شخصًا يفضلون نكهة الشوكولاتة، وَ ٤١ شخصًا يفضلون نكهة الفواكه، و ١٨ شخصًا أحبوا النكهتين. و ٥ أشخاص لم يحبوا أيًّا من النكهتين. مثّل هذه البيانات على نحو مناسب.

ألوان: للإجابة عن السؤالين ١٤ ، ١٥ ارجع إلى التمثيلين البيانيين الآتيين ثم اختر طريقة التمثيل التي تناسب الإجابة عن كل سؤال؛ وبرِّر سبب اختيارك:





١٤ ما عدد الطلاب الذين يفضلون اللون الأحمر فقط؟

١٥ ما عدد الطلاب الذين يفضلون اللون الأزرق؟

١٦ جمع البيانات: أجرِ دراسة إحصائية على طلاب صفِّك حول نوع النشاط المفضَّل لديهم، واستعمل لذلك بيانات يمكن تمثيلها بأشكال ڤن، ثم مثِّلها.

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٧ مسألة مفتوحة: أعطِ مثالًا على مجموعة بيانات يمكن تمثيلها بالقطاعات الدائرية.

تحدٍّ: للأسئلة ١٨ – ٢٠: حدِّد ما إذا كانت الجمل الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. ووضِّح إجابتك.

١٨ يمكن تمثيل بيانات المدرج التكراري بالقطاعات الدائرية.

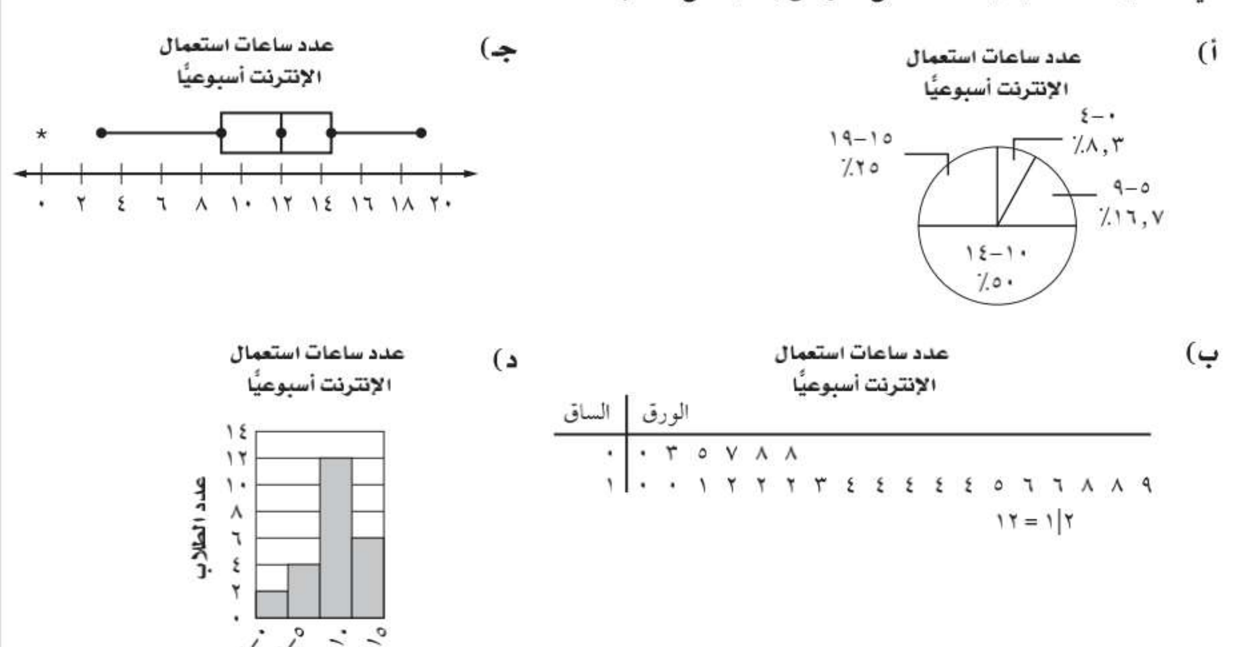
١٩ يمكن تمثيل بيانات أشكال ڤن باستعمال الخطوط.

٢٠ يمكن تمثيل البيانات الممثَّلة بالنقاط باستعمال الصندوق وطرفيه.

٢١ اكتب قارن بين التمثيل بالأعمدة والتمثيل بالمدرج التكراري، ومتى يكون استعمال المدرج التكراري مناسبًا أكثر من الأعمدة؟

تدريب على اختبار

٢٢ سأل محمد ٢٤ طالبًا في فصله عن عدد الساعات التي يقضيها كل منهم أسبوعيًّا في استعمال الإنترنت. أيُّ التمثيلات الآتية يعد الأفضل لعرض إجابة كل طالب؟





مراجعة تراكمية

٢٣ مثِّل بالساق والورقة البيانات الآتية:
١٢، ١٥، ١٨، ٢١، ١٤، ٣٧، ٢٧، ٩ (الدرس ٩ – ٧)

مثل بالصندوق وطرفيه كلَّ مجموعة من البيانات فيما يأتي: (الدرس ٩ – ٦)

٢٤ ٤٢، ٣٨، ٤٢، ٤٥، ٤٣، ٨٠، ٥٥، ٥٠، ٣٤، ٣٦، ٤٠، ٣٥

٢٥ ٥٢، ٥٨، ٦٧، ٦٣، ٤٧، ٤٤، ٥٢، ١٥، ٤٩، ٦٥، ٥٢، ٥٩

ذهب: استعمل الجدول المجاور الذي يبيِّن المبيعات اليومية لأحد محالِّ الذهب في حل الأسئلة ٢٦–٢٨ (الدرس ٩ – ٥)

مبيعات أحد محال الذهب (مئات الجرامات)	
السبت	٤٢,٨
الأحد	٣٠,٥
الإثنين	٢٤,٩
الثلاثاء	٢٤,٥
الأربعاء	٢٠,٢
الخميس	١٨,٤
الجمعة	١٢٠,٧

٢٦ أوجد كلًّا من المدى، الوسيط، الربيع الأعلى، الربيع الأدنى، المدى الربيعي.

٢٧ أوجد القيم المتطرفة.

٢٨ صف هذه البيانات.



الفصل ٩ اختبار الفصل

١ **الكربوهيدرات:** أنشئ جدولًا لتحديد عدد جرامات الكربوهيدرات الأكثر تكرارًا.

مقادير الكربوهيدرات في أنواع مختلفة من الحبوب (جم)							
١٥	٣٤	٤٤	٣٨	٢٤	٣٢	٢٢	٤٤
٣٢	١٥	٣٢	١٥	٢٤	٣٣	٢٢	٣٢
٣٤	٢٤	٣٢	٢٤	٣٣	٤٤	٣٣	٣٢

كرة القدم: استعمل الجدول الآتي في الإجابة عن الأسئلة ٢-٥:

عدد البطولات التي فازت بها فرق كرة القدم									
٧	٣	١٤	١٧	١٠	٢١	٣٥	٦	٢٤	٧
٣	٤٢	٢	٦	٧	٢٠	٩	١٣	٥	٣٨

٢ اختر فئات مناسبة وأنشئ جدولًا تكراريًّا للبيانات.

٣ أنشئ مدرجًا تكراريًّا.

٤ ما عدد الفرق التي تم تمثيلها؟

٥ ما نسبة الفرق التي أحرزت أكثر من ٢٠ بطولة؟

رحلات: تمثّل القائمة الآتية أعمار المشتركين في رحلة عائلية، استعملها في الإجابة عن الأسئلة ٦ - ١٠:

٧٥، ٣٦، ٢٥، ٢٦، ١٩، ٣٢، ٣٥، ٣٨،

١٦، ٢٣، ٢٢، ٤٠، ١٧

٦ أوجد كلًّا من المتوسط والوسيط والمنوال والمدى.

٧ اختر أحد مقاييس النزعة المركزية لوصف البيانات. وبرِّر سبب اختيارك.

٨ أوجد كلًّا من الربيع الأعلى والأدنى ونصف المدى الربيعي.

٩ مثِّل البيانات باستعمال الصندوق وطرفيه.

١٠ إذا اشترك عضو جديد في الرحلة وأصبح متوسط الأعمار ٣٠، فكم يبلغ عُمره؟

١١ **اختيار من متعدد:** حصلت أسماء على الدرجات الآتية في أربعة اختبارات: ٧٠، ٨٥، ٨٥، ٩٠. إذا استثنت معلمتها أدنى درجة منها، فأيُّ القيم التالية ستزداد؟

أ) المنوال   جـ) الوسيط

ب) المتوسط   د) المدى

١٢ **اختيار من متعدد:** كانت مبيعات أحد المراكز التجارية بالريالات مدة أسبوع على النحو الآتي:

١٥٦٩٦، ٢٣٤٠٠، ١٩٠٨٠، ١٨٠٠٠،

٢٣٤٠٠، ١٧٦٠٤، ١٥٢٢٨

أيُّ مقاييس النزعة المركزية الآتية تُظهر المبيعات أكثر من غيرها؟

أ) المتوسط   جـ) المنوال

ب) الوسيط   د) المدى

١٣ **درجات:** كم تُقدّر النسبة المئوية للدرجات في التمثيل أدناه الأكبر من أو تساوي ٧٨؟

درجات اختبار العلوم

٦٠ ٧٠ ٨٠ ٩٠ ١٠٠ ١١٠

١٤ **أجهزة عرض الأقراص المدمجة:** اختر أنسب طريقة لتمثيل معدل أسعار أجهزة عرض الأقراص المدمجة للسنوات العشر الأخيرة. وبرِّر إجابتك.

١٥ **مدارس:** الجدول الآتي يمثّل عدد الطلاب الحاصلين على تقدير جيد جدًّا في ستة فصول من الصف الثاني متوسط، مثّل هذه البيانات باستعمال الساق والورقة.

الفصل	العدد
أ	١٣
ب	٢٨
جـ	٣٦
د	٩
هـ	٢٧
و	٣٠

الفصل ٩

الاختبار التراكمي (٩)

القسم ١ اختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة:

١ يبيِّن التمثيل بالساق والورقة أدناه أعمار أفراد أسرة.

أعمار أفراد أسرة

الساق	الورقة
١	٠ ٤ ٧ ٨
٢	٠ ٢
٣	٩
٤	٣

٤|١ = ١٤ سنة

بالاعتماد على البيانات أعلاه، وسيط الأعمار هو:

أ) ١٨
ب) ١٩
جـ) ٢٠
د) ٣٣

٢ إذا كان متوسط أطوال طلاب الصف الثاني المتوسط والبالغ عددهم ٢٤ طالبًا هو ١٥٤ سم، وانتقل أحد طلاب الصف وطوله ١٤٤ سم إلى مدرسة أخرى، فأيُّ العبارات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد متوسط أطوال الطلاب الجديد؟

أ) $\frac{(١٥٤\times٢٤)-١٤٤}{٢٣}$

ب) $\frac{(١٥٤\times٢٤)-١٤٤}{٢٤}$

جـ) $\frac{(١٤٤\times٢٤)-١٥٤}{٢٤}$

د) $\frac{(١٥٤\times٢٤)-٢٤}{٢٣}$

٣ يبيِّن الجدول الآتي عدد الساعات التي قرأ فيها عبدالعزيز القرآن الكريم خلال عدة شهور.

عدد ساعات قراءة القرآن الكريم

الشهر	ربيع الأول	ربيع الآخر	جمادى الأولى	جمادى الآخرة	رجب	شعبان
عدد الساعات	١٢٧	١٣٠	١٢٥	١٣٢	١٢٠	١٣٥

إذا قرأ عبد العزيز القرآن الكريم ١٩٥ ساعة في شهر رمضان الكريم، فأيُّ المقاييس الآتية سوف يتغير بدرجة أكبر من غيره؟

أ) المتوسط
ب) الوسيط
جـ) المنوال
د) ستتغير جميعها بالمقدار نفسه

٤ كان مجموع الأهداف التي سجَّلها صالح في لعبة كرة اليد حتى قبل المباراة النهائية، ٤٥ هدفًا. وسجَّل في المباراة النهائية ٣ أهداف، وبذلك أصبح متوسط عدد الأهداف التي سجَّلها في المباراة الواحدة هدفين. لإيجاد عدد المباريات التي لعبها صالح، أوجد ناتج جمع ٤٥ وَ ٣ أولًا ثم ...

أ) أضف العدد ٢ إلى المجموع
ب) اطرح ٢ من العدد ٤٥
جـ) اضرب المجموع في العدد ٢
د) اقسم المجموع على العدد ٢

٥ كانت درجات سميرة في (٧) اختبارات تقدمت إليها كما يأتي: ٧٥، ٩٠، ٧٥، ٨٨، ٨٦، ٨٤، ٨٠ أيُّ المقاييس الآتية يظهر أكثر من غيره أن درجات سميرة أعلى؟

أ) المنوال
ب) الوسيط
جـ) المتوسط
د) المدى

٦ ما المساحة الجانبية للأسطوانة التي قطرها ١٠م، وارتفاعها ٤م؟

أ) ١٠٠ ط
ب) ٩٠ ط
جـ) ٥٠ ط
د) ٤٠ ط

٧ حلُّ المتباينة –١٢ > –٣ن هو:

أ) ن > ٤
ب) ن < ٤
جـ) ن ≤ ٤
د) ن ≥ ٤

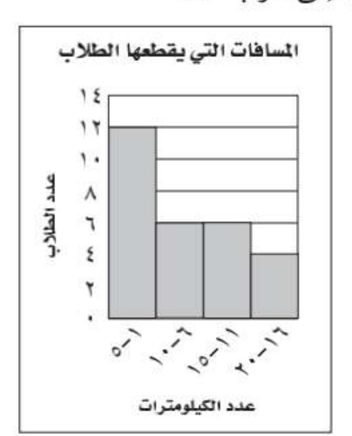
٨ إذا كانت د (س) = ٢س – $\frac{١}{٣}$ ، فما قيمة د ($\frac{٢}{٣}$) ؟

أ) $\frac{١}{٣}$
ب) $\frac{٢}{٣}$
جـ) ١
د) ١ $\frac{١}{٣}$

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤال الآتي:

٩ يبيِّن المدرج التكراري أدناه المسافات التي يقطعها بعض الطلاب للوصول إلى مدرستهم. ما النسبة المئوية للطلاب الذين يقطعون ١٦ كلم أو أكثر مقربًا الجواب إلى أقرب ١٪؟



القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٠ لدى محل لتأجير الدراجات الهوائية ١٥ دراجة كبيرة الحجم، وَ ٢٢ دراجة متوسطة، وَ ١٩ دراجة صغيرة، وَ ٢٤ دراجة بثلاث عجلات.

أ) استعمل تمثيلًا بيانيًا تبيِّن فيه عدد الدراجات من كل نوع لدى هذا المحل.

ب) استعمل تمثيلًا بيانيًا تبيِّن فيه نسبة كل نوع من الدراجات إلى العدد الكلي للدراجات.

جـ) صف فائدة كلٍّ من التمثيلين السابقين.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
فراجع الدرس	٩–٧	٩–٤	٩–٤	٩–٤	٩–٤	٦–٦	٧–٧	٨–٢	٩–٢	٩–٨



الاحتمالات

الفكرة العامّة

استعمل الاحتمال النظري والتناسب في التنبؤ بالحوادث.

المفردات الرئيسة:

الناتج ص (١٨٤)

الحوادث المستقلة ص (١٨٩)

الحوادث غير المستقلة ص (١٩٠)

الربط بالحياة:

طب: يذكر الأطباء عادة لمرضاهم نسبًا مئوية تشير إلى مقدار احتمال نجاح العمليات التي يجرونها لهم، ويعتمد تحديد هذه الاحتمالات على عدد من المؤشرات، منها نسبة نجاح العمليات التي أُجريت لمرضى آخرين.

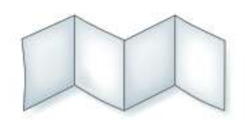


الاحتمالات: اعمل هذه المطويّة لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة A3 كما يأتي:

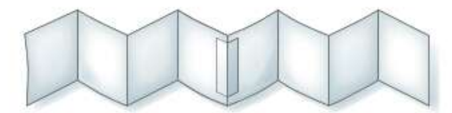
١ **اطوِ** الورقة من المنتصف طوليًّا، ثم قصّها على طول خطّ الطي.



٢ **اطوِ** كلّ نصف بصورة عرضية إلى أرباع.



٣ **ابسط** الجزأين، ثم ألصقهما معًا كما في الشكل لتكوين قطعة واحدة طويلة.



٤ **سمِّ** الصفحات بالموضوعات الرئيسة، ثم أعد طي الورقة لتصبح على صورة كتيب.



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

اكتب كل كسر اعتيادي مما يأتي في أبسط صورة: (مهارة سابقة)

١ $\frac{٤٨}{٧٢}$ **٢** $\frac{٣٥}{٦٠}$ **٣** $\frac{٢١}{٩٩}$

٤ **رحلة:** قاد محمد سيارته لمدة ٤ ساعات في رحلة عائلية استغرقت ١٨ ساعة. اكتب هذا الجزء من الوقت على صورة كسر اعتيادي في أبسط صورة. (مهارة سابقة)

أوجد ناتج الضرب، واكتبه في أبسط صورة: (الدرس ١-٣)

٥ $\frac{٣}{٤} \times \frac{٨}{٩}$ **٦** $\frac{٥}{٦} \times \frac{١}{٢}$

٧ $\frac{٢}{٤} \times \frac{٢}{٧}$ **٨** $\frac{٧}{٨} \times \frac{٤}{٦}$

حُلَّ كلَّ مسألة مما يأتي: (الدرس ٤-٤)

٩ أوجد ٣٥٪ من ٩٠.

١٠ أوجد ٤٢٪ من ٣٤٠ .

١١ ما قيمة ٦٠٪ من ٢٢٠؟

١٢ ما قيمة ٥٪ من ٧٢؟

١٣ **دراسة مسحية:** أجرت معلمة مسحًا شمل ١٤٤ طالبة من طالبات المدرسة، فوجدت أن حوالي ٣٤٪ منهن يفضلن تناول السلطة في أثناء وجبة الغداء. فكم طالبة تفضل السلطة؟ (الدرس ٤-٤)

مراجعة سريعة

مثال ١:

اكتب الكسر $\frac{٤٥}{٥١}$ في أبسط صورة.

$\frac{٤٥}{٥١} = \frac{١٥}{١٧}$ (÷٣)

اقسم كلًّا من البسط والمقام على (ق. م . أ) وهو (٣).

مثال ٢:

أوجد ناتج الضرب واكتبه في أبسط صورة: $\frac{٣}{٧} \times \frac{١}{٦}$.

$\frac{٣}{٧} \times \frac{١}{٦} = \frac{\cancel{٣}^{١}}{٧} \times \frac{١}{\cancel{٦}_{٢}}$ اقسم كلًّا من ٣ ، ٦ على (ق.م.أ) لهما وهو (٣).

$= \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{١٤}$

مثال ٣:

أوجد ٢٠٪ من ١٧٠

$\frac{ن}{١٠٠} = \frac{أ}{ب}$ استعمل التناسب المئوي

$\frac{٢٠}{١٠٠} = \frac{أ}{١٧٠}$ ضع ١٧٠ مكان ب، ٢٠ مكان ن

أ × ١٠٠ = ١٧٠ × ٢٠ الضرب التبادلي

١٠٠أ = ٣٤٠٠ اضرب

$\frac{١٠٠أ}{١٠٠} = \frac{٣٤٠٠}{١٠٠}$ اقسم كل طرف على ١٠٠

أ = ٣٤

٣٤ هو ٢٠٪ من ١٧٠



١٠ـ١ عدّ النواتج



فكرة الدرس:
أحسب عدد النواتج باستعمال الرسم الشجري أو مبدأ العدّ الأساسي.

المفردات
- الناتج
- الحادثة
- فضاء العينة
- الرسم الشجري
- مبدأ العد الأساسي
- الحادثة العشوائية
- الاحتمال

إستعدّ

قائمة الطعام
المقبلات
حساء
سلطة
الطبق الرئيسي
لحم
دجاج
سمك
الحلوى
كعك
مثلجات

مطعم: يمكن لرواد أحد المطاعم اختيار وجبة الطعام من القائمة المجاورة.

١) ما عدد اختيارات المقبلات؟ الطبق الرئيسي؟ الحلوى؟

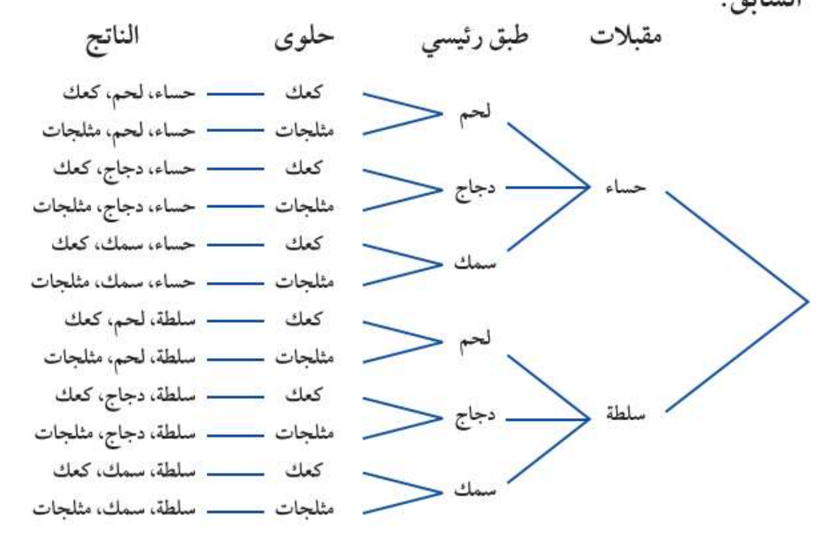
٢) ضع قائمة بالوجبات المختلفة جميعها التي يقدّمها المطعم.

الناتج: هو أيُّ واحد من الخيارات الممكنة لتجربة ما، وهناك ١٢ ناتجًا عند اختيار وجبة الطعام المكونة من: المقبلات والطبق الرئيسي والحلوى. أما **الحادثة**، فهي ناتج واحد أو مجموعة من النواتج.

وتُسمى القائمة المنظّمة للنواتج التي تساعد على إيجاد العدد الكلي لنواتج الحوادث الممكنة **بفضاء العينة**. واستعمال **الرسم الشجري** هو أحد طرق إيجاد فضاء العينة.

مثال — استعمال الرسم الشجري

١) **مطعم:** استعمل الرسم الشجري لتحديد عدد الوجبات الممكنة في المثال السابق.



وبذلك يوجد ١٢ وجبة طعام مختلفة في قائمة الطعام.

تحقق من فهمك:

أ) استعمل الرسم الشجري لتحديد عدد النواتج عند إلقاء قطعة نقدية مرتين.



ويمكن أيضًا إيجاد العدد الكلي للنواتج باستعمال الضرب، وتُسمى هذه الطريقة **مبدأ العد الأساسي**.

مبدأ العد الأساسي مفهومٌ أساسيٌ

إذا كان عدد النواتج الممكنة للحادثة أ هي س، وللحادثة ب هي ص، فإنّ عدد النواتج الممكنة للحادثة أ متبوعة بالحادثة ب هي: س × ص.





الربط بالحياة:

عدد أبواب المسجد الحرام ١٥٥ بابًا أشهرها باب الملك عبدالعزيز، وباب الملك فهد، وباب الفتح وباب العمرة.

مثال من واقع الحياة — استعمال مبدأ العد الأساسي

٢ **المسجد الحرام: استعمل المعلومات التي على يمين الصفحة لتحديد عدد الطرق المختلفة لدخول ثلاثة أشخاص إلى المسجد الحرام.**

هناك ١٥٥ بابًا لدخول المسجد الحرام.

وباستعمال مبدأ العد، فإنّ عدد الطرق = ١٥٥ × ١٥٥ × ١٥٥ = ٣٧٢٣٨٧٥

يوجد ٣٧٢٣٨٧٥ طريقة لدخول ثلاثة أشخاص إلى المسجد الحرام.

تحقق من فهمك:

ب) **غداء:** يقدِّم أحد المطاعم ٣ أصناف من الطعام بخمسة أنواع من التوابل، وهذه الأصناف قد تكون باللحم أو بدونه. فما عدد خيارات الطعام الممكنة؟

يُطلق على الحادثة **حادثة عشوائية**، إذا كانت فرص حدوث جميع نواتجها متساوية، وفي هذه الحالة **احتمالُ** الحادثة يساوي نسبةَ عدد نواتج الحادثة إلى العدد الكلي للنواتج.

مثال من واقع الحياة — إيجاد الاحتمال

٣ **صفوف: يتكون جدول يوم الإثنين للصف الثاني المتوسط من مواد: الرياضيات، والعلوم، والاجتماعيات، والتربية الإسلامية، والرياضة، واللغة العربية، واللغة الإنجليزية. فما احتمال أن تكون الحصص الثلاث الأولى هي الرياضيات، والرياضة، والاجتماعيات بالترتيب؟**

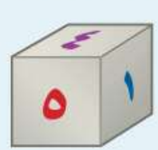
أوجد أولًا عدد النواتج الممكنة: ٧ × ٦ × ٥ = ٢١٠

أيْ أن هناك ٢١٠ نواتج ممكنة، وفرصة واحدة لأن تكون الحصص الثلاث الأولى هي الرياضيات والرياضة والاجتماعيات بالترتيب.

ح (رياضيات، رياضة، اجتماعيات) = $\frac{١}{٢١٠}$ — يوجد ترتيب واحد من ٢١٠ تراتيب.

ويمكن كتابة هذه النتيجة مقرّبة بصورة الكسر العشري ٠,٠٠٥ أو النسبة المئوية ٠,٥٪.

إرشادات للدراسة



مكعب الأرقام

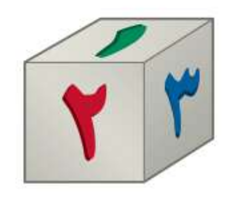
هو مكعب مكتوب على أوجهه الستة الأرقام من ١ إلى ٦

تحقق من فهمك:

جـ) ما احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين هو ١٢ عند رمي مكعبي الأرقام؟



تأكّد



المثال ١

١ استعمل الرسم الشجري لتحديد جميع النواتج الممكنة عند رمي مكعب أرقام (١ – ٦) مرتين.

المثال ٢

٢ **تقنية:** يستعمل موظفو إحدى الشركات رموزًا للدخول إلى شبكة المعلومات الخاصة بالشركة، فإذا كان الرمز يتكون من حرفين هجائيين، يلي ذلك أربعة أرقام، فما عدد الرموز الممكنة للموظفين؟

المثال ٣

٣ **ألعاب:** سُحبت كرة من صندوق يحوي كرات مرقمة (٠–٩)، وسُجّل الرقم، ثم أُعيدت الكرة إلى الصندوق، فإذا سُحبت هذه الكرة أربع مرات، فما احتمال تسجيل الرقم ١١١١؟

تدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٤ – ٧	١
٨ – ١٣	٢
١٤، ١٥	٣

حدّد جميع النواتج الممكنة لحل كل مسألة مما يأتي باستعمال الرسم الشجري:

٤ إلقاء قطعة نقدية من الفئات الآتية: ريال، $\frac{١}{٢}$ ريال، $\frac{١}{٤}$ ريال.

٥ رمي مكعب الأرقام وقطعة نقود.

٦ سحب كرة بيضاء أو حمراء من الأحجام: صغيرة، متوسطة، كبيرة، وكبيرة جدًّا.

٧ مبيعات محل لعصائر البرتقال والتفاح والفراولة، بحجمين: صغير وكبير.

استعمل مبدأ العد لإيجاد عدد النواتج الممكنة لكل مما يأتي:

٨ اختيار أحد أيام الأسبوع عشوائيًّا ورمي حجر نرد.

٩ رمي مكعب أرقام ٣ مرات.

١٠ حل خمسة أسئلة من نوع الصواب والخطأ في اختبار التاريخ.

١١ حل خمسة أسئلة من نوع الاختيار من متعدد ذي أربعة خيارات.

١٢ **حلوى:** يصنع محل حلوى خمسة أحجام من الكعك، وبأربع نكهات، وأربعة أنواع من الكريمة المغطاة. فكم عدد أنواع الكعك التي تصنع في المحل؟

١٣ **سيارات:** تتكون لوحة أرقام السيارات في المملكة العربية السعودية من ثلاثة أحرف وأربعة أرقام. فكم لوحة أرقام يمكن إصدارها؟

١٤ **وردات:** تريد كل من هديل ونجلاء إهداء وردة واحدة لوالدتهما، فإذا كانت هديل تفضل الوردات الحمراء والزنابق الصفراء، في حين تفضل أختها نجلاء القرنفل الأصفر والزنبق الأحمر والجاردينيا البيضاء والأقحوان البنفسجي؛ فما احتمال أن تختار الاثنتان وردتين من اللون نفسه؟



١٥ **أرقام هاتف:** تدل الأرقام الثلاثة الأولى من أرقام الهاتف في إحدى الدول على المدينة التي يعيش فيها المُستخدِم، أما الأرقام الأربعة الباقية، فهي عشوائية. فما احتمال أن تمثِّل الأرقام الأربعة الأخيرة العام الهجري الحالي؟

إلكترونيات: استعمل الجدول المجاور الخاص بجهاز تخزين إلكتروني في حل السؤالين ١٦ ، ١٧:

السعة التخزينية	اللون	
٢٥٦ ميجابايت	أزرق	بنفسجي
٥١٢ ميجابايت	أحمر	زهري
١ جيجابايت	أخضر	فضي
٢,٥ جيجابايت	أبيض	أسود

١٦ ما عدد اختيارات هذا النوع من الأجهزة اعتمادًا على السعة التخزينية واللون؟

١٧ إذا أضفنا نوعًا آخر من أنواع الأجهزة الإلكترونية، فكم يصبح عدد الاختيارات المتوفِّرة؟

إذا سُحبت كرة واحدة من كلٍّ من الكيسين المجاورين، فاستعمل الرسم الشجري للإجابة عن السؤالين ١٨ ، ١٩:



١٨ ما احتمال أن تكون إحدى الكرات على الأقل زرقاء؟

١٩ ما احتمال أن تكون إحدى الكرات على الأقل صفراء؟

غداء: استعمل المعلومات الآتية، لحل الأسئلة ٢٠ - ٢٣:

قام أحد المطاعم بإعداد وجبات غداء لطلاب الصف الثاني المتوسط، بحيث تتكون كل وجبة من لحم أو دجاج، وأرز أبيض أو أصفر، وتفاحة أو برتقالة أو موزة، وعلبة عصير أو ماء أو لبن.

٢٠ ما عدد الاختيارات المختلفة لوجبة الغداء؟

٢١ ما عدد الاختيارات التي تحتوي على تفاحة؟

٢٢ إذا تم اختيار وجبة غداء عشوائيًّا، فما احتمال أن تحتوي هذه الوجبة على موزة؟

٢٣ ما احتمال أن يحصل الطالب على وجبة غداء تحتوي على أرز أبيض ولبن؟

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٤ **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثالًا لموقف له ١٥ ناتجًا ممكنًا.

٢٥ **الحسُّ العدديُّ:** يقدم مطعم ثلاثة أحجام من الفطائر: صغيرة ومتوسطة وكبيرة، ويستعمل لذلك نوعين من الجبن وأربعة أنواع من الخلطة، إذا أضاف إلى القائمة الحجم الكبير جدًّا، فبكم يزيد عدد أنواع الفطائر؟

٢٦ **تحدٍّ:** اكتب الصيغة الجبرية لإيجاد عدد نواتج رمي مكعب الأرقام س مرة.

٢٧ **اكتب** اذكر مَزيّة واحدة لتفضيل استعمال الرسم الشجري على مبدأ العد الأساسي.

تدريب على اختبار

٢٨ يقدِّم مطعم فطائر متنوعة، بحيث يختار الزبائن ما يفضلون من بين نوعين من الخبز وثلاثة أنواع من اللحوم. أيُّ الجداول الآتية يمكن أن يمثِّل جميع الفطائر المختلفة التي يقدِّمها المطعم؟

أ)

نوع الخبز	نوع اللحم
أبيض	عجل
أبيض	غنم
بر	عجل
بر	غنم

ب)

نوع الخبز	نوع اللحم
أبيض	عجل
أبيض	غنم
أبيض	دجاج
بر	عجل
بر	غنم
بر	دجاج
نخالة	عجل
نخالة	غنم
نخالة	دجاج

جـ)

نوع الخبز	نوع اللحم
أبيض	عجل
أبيض	غنم
أبيض	دجاج
بر	عجل
بر	غنم
بر	دجاج

د)

نوع الخبز	نوع اللحم
أبيض	عجل
بر	غنم
نخالة	دجاج

مراجعة تراكمية

حدِّد التمثيل الأنسب لكل موقف مما يأتي: (الدرس ٩ – ٨)

٢٩ بيان نسبة الآيس كريم المبيعة من كل نكهة إلى مجمل المبيعات.

٣٠ بيان أعداد الأشخاص الذين يحضرون الندوات الثقافية وفقًا لأعمارهم ضمن فئات متساوية لأعمارهم.

٣١ **إحصاء:** مثِّل بالساق والورقة مجموعة البيانات:
{١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢١ ، ١٤ ، ٣٧ ، ٢٧ ، ٩} (الدرس ٩ – ٧)

٣٢ ما الحدُّ التالي في المتتابعة الحسابية ١٠ ، ٧ ، ٤ ، ١ ، ... (الدرس ٨ – ١)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

٣٣ $\frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٨}$

٣٤ $\frac{٧}{١٢} \times \frac{٣}{١٤}$

٣٥ $\frac{٣}{١٠} \times \frac{٥}{٦}$

٣٦ $\frac{٢}{٣} \times \frac{٩}{١٠}$



١٠-٢ احتمال الحوادث المركبة

فكرة الدرس:
أجد احتمال الحوادث المستقلة وغير المستقلة.

المفردات
الحادثة المركّبة
الحوادث المستقلة
الحوادث غير المستقلة

استعد

تنزيلات: أعلن محل للملابس الرجالية عن إمكانية الحصول على جوارب مجانية عند شراء الزبون لإحدى القطع من الجدول المجاور.

نوع القطعة	لون الجوارب
ثوب	أخضر
غترة	أزرق
عقال	أبيض
لباس رياضي	
حذاء	
قميص	

١ ما احتمال شراء ثوب؟ وما احتمال الحصول على جوارب زرقاء؟

٢ ما ناتج ضرب الاحتمالين في السؤال الأول؟

٣ استعمل الرسم الشجري لتحديد احتمال أن يشتري الشخص ثوبًا ويحصل على جوارب زرقاء.

تمثِّل عملية شراء القطعة واستلام الجوارب المجانية حادثة مركّبة، و**الحادثة المركّبة** تتكون من حادثتين بسيطتين أو أكثر.

وبما أن لون الجوارب لا يعتمد على نوع القطعة التي تم شراؤها، لذا تعد هذه الحوادث مستقلة، وفي **الحوادث المستقلة** لا يؤثر ناتج إحدى الحوادث في الحوادث الأخرى.

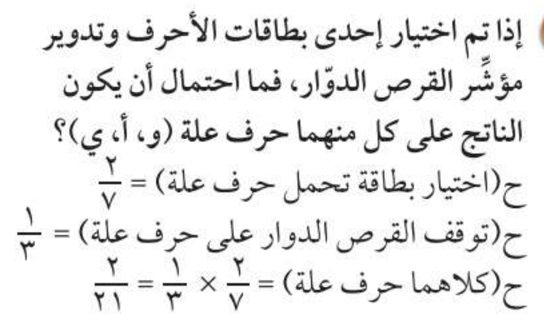
احتمال الحوادث المستقلة — مفهومٌ أساسيٌّ

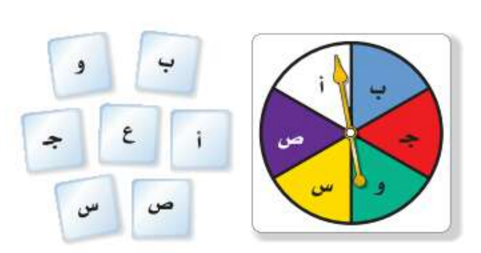
التعبير اللفظي: نجد احتمال حادثتين مستقلتين بضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية.

الرموز: ح(أ وَ ب) = ح(أ) × ح(ب)

مثال — الحوادث المستقلة

١ **إذا تم اختيار إحدى بطاقات الأحرف وتدوير مؤشِّر القرص الدوّار، فما احتمال أن يكون الناتج على كل منهما حرف علة (و، أ، ي)؟**





ح(اختيار بطاقة تحمل حرف علة) = $\frac{٢}{٧}$

ح(توقف القرص الدوار على حرف علة) = $\frac{١}{٣}$

ح(كلاهما حرف علة) = $\frac{٢}{٧} \times \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٢١}$

تحقَّق من فهمك:

استعمل بطاقات الأحرف ومؤشِّر القرص الدوّار في إيجاد احتمال كلٍّ مما يأتي:

أ) ح(كلا الحرفين أ). **ب)** ح(الحرفان متماثلان).

مثال من اختبار

٢ استُعمِلَ مكعب أرقام وقرص دوّار مقسم إلى خمسة ألوان متساوية في المساحة: أحمر، أصفر، أزرق، أخضر، وبنفسجي في لعبة. فما احتمال أن يشير مؤشر القرص إلى اللون الأزرق، ويظهر الرقم ٣ أو ٤ على مكعب الأرقام؟

أ) $\frac{٣}{١١}$ ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) $\frac{١}{١٥}$ د) $\frac{١}{٣٠}$

إرشادات للاختبارات

الحساب الذهني

قد يكون من الأفضل تبسيط الاحتمالات قبل ضربها.

اقرأ :

يتطلَّب السؤال إيجاد احتمال وقوف المؤشر على اللون الأزرق، وظهور أحد الرقمين ٣ أو ٤ على مكعب الأرقام. الحادثتان مستقلتان؛ لأن دوران المؤشر لا يتأثر بناتج رمي المكعب.

حل :

أولًا: أوجد احتمال كل حادثة.

ح(المؤشر على الجزء الأزرق) = $\frac{١}{٥}$ ← $\frac{\text{عدد مرات ظهور اللون الأزرق}}{\text{عدد النواتج الكلي}}$

ح(ظهور الرقمين ٣ أو ٤) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$ ← $\frac{\text{عدد مرات ظهور العدد ٣ أو ٤}}{\text{عدد النواتج الكلي}}$

ثانيًا: أوجد احتمال وقوع الحادثتين معًا.

ح(أزرق وظهور أحد الرقمين ٣ أو ٤)= $\frac{١}{٥}$ × $\frac{١}{٣}$ ح(أ وَ ب) = ح(أ) × ح(ب).

= $\frac{١}{١٥}$ اضرب.

إذن فالاحتمال يساوي $\frac{١}{١٥}$ ، والإجابة الصحيحة هي (جـ).

تحقق من فهمك:

جـ) تتطلَّب لعبةٌ رميَ مكعبي أرقام لتحريك قطعها، فما احتمال ظهور أحد الرقمين ٢ أو ٤ على المكعب الأول، وظهور الرقم ٥ على المكعب الثاني؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{١}{١٢}$ د) $\frac{١}{١٨}$

إذا تأثر ناتج إحدى الحادثتين بناتج الحادثة الأخرى، فإن الحادثتين تكونان **حادثتين غير مستقلتين**.

احتمال الحوادث غير المستقلة — مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان أ وَ ب غير مستقلتين، فإن احتمال حدوثهما معًا هو حاصل ضرب احتمال الحادثة أ في احتمال الحادثة ب بعد حصول الحادثة أ.

الرموز: ح(أ وَ ب) = ح(أ) × ح(ب بعد أ)

مثال من واقع الحياة حوادث غير مستقلة



٣ **فواكه:** يوجد في سلة فواكه ٤ برتقالات، وَ٧ موزات وَ٥ تفاحات. اختار مازن حبة فاكهة عشوائيًّا، واختار محمد أيضًا حبة فاكهة عشوائيًّا. أوجد احتمال أن تكون الحبتان تفاحًا؟

بما أنه لم يتم إعادة حبة الفاكهة الأولى، فإن الحادثة الأولى تؤثر في الحادثة الثانية، وتكون الحادثتان غير مستقلتين.

ح(الحبة الأولى تفاحة) = $\frac{٥}{١٦}$ ← عدد التفاحات / عدد حبات الفاكهة الكلي

ح(الحبة الثانية تفاحة) = $\frac{٤}{١٥}$ ← عدد التفاحات بعد أخذ الحبة الأولى / العدد الكلي لحبات الفاكهة بعد أخذ الحبة الأولى

ح(الحبتان تفاحتان) = $\frac{٥}{١٦} \times \frac{٤}{١٥} = \frac{١}{١٢}$

تحقق من فهمك:

اعتمادًا على المثال السابق، أوجد احتمال كلٍّ ممَّا يأتي:

أ) ح(حبتا موز). **ب)** ح(حبة برتقال ثم حبة تفاح).

جـ) ح(حبة تفاح ثم حبة موز). **د)** ح(حبتا برتقال).



تأكد

المثال ١ عند إلقاء قطعة نقد ورمي مكعب أرقام، أوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

١ ح(كتابة و ٣). ٢ ح(شعار وعدد فردي).

المثال ٢ ٣ **اختيار من متعدد:** استُعمل مكعب أرقام وقرص دوّار في لعبة. فإذا كان لمؤشر القرص فرص متساوية في الوقوف على أحد الألوان الثلاثة: أحمر وأصفر وأزرق، فما احتمال أن يقف المؤشر على اللون الأحمر، ويظهر رقم زوجي على مكعب الأرقام؟

أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $\frac{١}{٦}$ د) $\frac{١}{١٢}$

المثال ٣ سُحبت بطاقة من البطاقات المجاورة دون إرجاعها، ثم سُحبت بطاقة أخرى، فأوجد احتمال ما يأتي:

٤ ح(العددان زوجيان).

٥ ح(ظهور عدد أقل من ٤ ثم عدد أكبر من ٤).





تدرَّب وحلَّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٦-١١	١
١٢، ١٣	٢
١٤-١٩	٣

عند رمي مكعب أرقام، وسحب كرة من الكيس المجاور، أوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

٦ ح(١ وأحمر)

٧ ح(٣ وبنفسجي)

٨ ح(زوجي وأصفر)

٩ ح(فردي وليس أخضر)

١٠ ح(أقل من ٤ وأزرق)

١١ ح(أكبر من ١ وأحمر)

١٢ **غسيل:** تحتوي سلة غسيل على ١٨ جوربًا أزرق اللون و٢٤ جوربًا أسود، فما احتمال سحب جوربين بلون أسود واحدًا تلو الآخر من السلة؟

١٣ **ألعاب:** يلعب بندر بلوحة ألعاب تتطلب رمي مكعبي أرقام، حيث يحتاج إلى الحصول على المجموع ٦ في الرمية الأولى، والمجموع ١٠ في الرمية الثانية للحصول على مربعات إضافية. فما احتمال أن يحصل بندر على المجموع ٦ ثم المجموع ١٠ ؟

يوضِّح الجدول المجاور ألوان الملابس الرياضية لطلاب أحد الفصول. فإذا اختير طالبان عشوائيًّا، فأوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

اللون	العدد
أزرق	٥
أصفر	٧
أحمر	٤
أخضر	٤

١٤ ح(ملابسهما زرقاء)

١٥ ح(أخضر ثم أصفر)

١٦ ح(أحمر ثم أزرق)

١٧ ح(أصفر ثم أزرق)

١٨ ح(ملابسهما خضراء)

١٩ ح(ملابسهما ليست حمراء)

مدارس: إذا علمت أن ٥٦٪ من طلاب إحدى المدارس يمارسون رياضة المشي، و٤٤٪ لا يمارسونها، فاستعمل المعلومات في الجدول المجاور لحل السؤالين ٢٠، ٢١:

المادة المفضلة لطلاب المدرسة	
اللغة الإنجليزية	١٦٪
الرياضة	١٣٪
الرياضيات	٢٨٪
اللغة العربية	٧٪
العلوم	٢١٪
الاجتماعيات	١٥٪

٢٠ إذا اختير طالبان عشوائيًّا؛ فما احتمال أن يكون الطالب الأول ممارسًا رياضة المشي، وأن يُفضل الطالب الثاني مادة العلوم؟

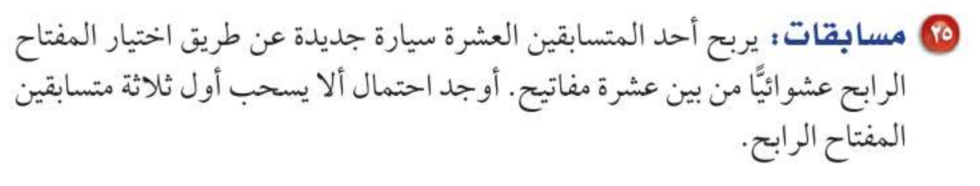
٢١ ما احتمال أن يكون الطالب الأول لا يمارس رياضة المشي، وألّا يفضل الطالب الثاني مادة اللغة الإنجليزية ولا مادة الرياضيات؟

٢٢ **كتب:** قرَّر طارق وصديقه قراءة كتاب من بين ٦ كتب أدبية و٤ دينية و٣ شعرية وكتابي تاريخ وكتاب علمي، فكتبا عناوين هذه الكتب على قصاصات ورقية، ووضعاها في صندوق، ثم اختار كل منهما كتابًا بصورة عشوائية. فما احتمال ألا يختار أيٌّ منهما كتابًا أدبيًّا؟ وهل هذه الحادثة مستقلة أم غير مستقلة؟ وضّح إجابتك.

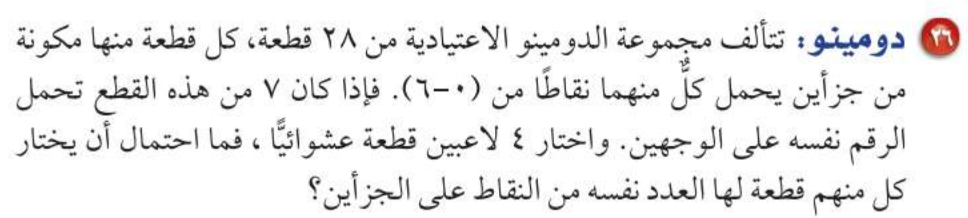


٢٣ **تسوّق:** وجد بقّال أن ٦٠٪ من زبائنه ينفق كل منهم أكثر من ٧٥ ريالًا في كل زيارة، فإذا اشترى شخصان منه، فما احتمال أن ينفق كلاهما أكثر من ٧٥ ريالًا؟

٢٤ **نقود:** لدى هالة ٨ قطع معدنية من فئة «نصف ريال» و٦ قطع معدنية من فئة «الريال». فإذا سحبت إحدى القطع دون إرجاعها، ثم سحبت قطعة ثانية، فما احتمال أن تكون القطعتان من فئة «نصف ريال»؟ وهل الحادثتان مستقلتان أم لا ؟ وضّح ذلك.



٢٥ **مسابقات:** يربح أحد المتسابقين العشرة سيارة جديدة عن طريق اختيار المفتاح الرابح عشوائيًّا من بين عشرة مفاتيح. أوجد احتمال ألا يسحب أول ثلاثة متسابقين المفتاح الرابح.

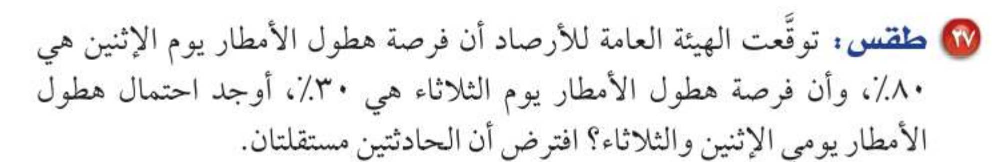


٢٦ **دومينو:** تتألف مجموعة الدومينو الاعتيادية من ٢٨ قطعة، كل قطعة منها مكونة من جزأين يحمل كلٌّ منهما نقاطًا من (٠-٦). فإذا كان ٧ من هذه القطع تحمل الرقم نفسه على الوجهين. واختار ٤ لاعبين قطعة عشوائيًّا ، فما احتمال أن يختار كل منهم قطعة لها العدد نفسه من النقاط على الجزأين؟



الربط بالحياة:

يعتقد أن أصل لعبة الدومينو من الصين، وأنها اختُرعت في القرن الثاني عشر الميلادي.

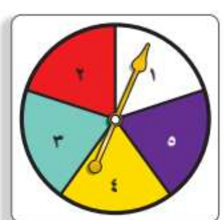


٢٧ **طقس:** توقّعت الهيئة العامة للأرصاد أن فرصة هطول الأمطار يوم الإثنين هي ٨٠٪، وأن فرصة هطول الأمطار يوم الثلاثاء هي ٣٠٪، أوجد احتمال هطول الأمطار يومي الإثنين والثلاثاء؟ افترض أن الحادثتين مستقلتان.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٨ **مسألة مفتوحة:** يوجد في صندوق ٩ كرات بثلاثة ألوان مختلفة. اكتب مسألة تتعلق بسحب كرتين عشوائيًّا دون إرجاعهما إلى الصندوق على أن يكون الاحتمال $\frac{١}{٦}$.

٢٩ **اكتشف الخطأ:** تم تدوير القرص الدوّار المجاور مرتين. وحسبت كل من منال وسارة احتمال أن يقف المؤشر على عدد زوجي في المرتين. فأيّهما كانت على صواب؟ وضّح إجابتك.



سارة: $\frac{٢}{٥} \times \frac{٢}{٥} = \frac{٤}{٢٥}$

منال: $\frac{٢}{٥} \times \frac{٢}{٥} = \frac{٢}{٢٠}$

٣٠ **تحدٍّ:** حدِّد ما إذا كانت الجملة الآتية صحيحة أم خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فأعط مثالًا مضادًّا : « إذا كانت الحادثتان مستقلتين، فإن احتمالهما معًا أقل من ١ ».

٣١ **اكتب** ما الفرق بين الحادثتين المستقلتين وغير المستقلتين؟



تدريب على اختبار

٣٢ أربع بطاقات كتب عليها الأرقام ١، ٢، ٣، ٤، إذا سحب عبدالله بطاقة منها بشكل عشوائي، واحتفظ بها، ثم سحب سعد بطاقة أخرى، فما احتمال أن تحمل بطاقة سعد الرقم ٢ علمًا بأن البطاقة التي سحبها عبدالله تحمل الرقم ٤ ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٤}$

ب) $\frac{١}{٣}$ د) $\frac{١}{٥}$

٣٣ أدار أحمد كلًّا من مؤشِّري القرصين أدناه. ما احتمال أن يقف مؤشِّر القرص الأول على العدد ٢، ومؤشِّر القرص الثاني على اللون الأبيض؟





أ) $\frac{١}{١٦}$ ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) $\frac{٢}{٥}$ د) $\frac{٣}{٥}$



مراجعة تراكمية

٣٤ **ملابس:** لدى عبدالعزيز ٤ قمصان وَ ٥ بناطيل وَ ٣ معاطف. بكم طريقة مختلفة يمكن لعبدالعزيز أن يرتدي قميصًا وبنطالًا ومعطفًا؟ (الدرس ١٠ - ١)

٣٥ **تلفاز:** اختر تمثيلًا مناسبًا للبيانات الموضحة في الجدول أدناه مبرِّرًا سبب اختيارك، ثم مثِّلها. (الدرس ٩ - ٨)

مشاهدة البرامج الرياضية في التلفاز (للبالغين)					
العمر	١٨-٢٤	٢٥-٣٤	٣٥-٤٤	٤٥-٥٤	٥٥ فأكثر
النسبة المئوية	٣٣٪	٢٩٪	١٤٪	١٤٪	١٠٪

قياس: أوجد حجم كلِّ مجسم مما يأتي، وقرِّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ - ٥)

٣٦ هرم رباعي مساحة قاعدته ١٦٨ م^{٢}، وارتفاعه ٧ م.

٣٧ مخروط قطره ٢٢ سم، وارتفاعه ٢٤ سم.

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: اكتب كل كسر مما يأتي في أبسط صورة.

٣٨ $\frac{٥٢}{١٢٠}$ ٣٩ $\frac{٣٣}{٩٠}$ ٤٠ $\frac{٤٩}{٧٠}$ ٤١ $\frac{٢٤}{٨٨}$







١٠-٣ الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي

فكرة الدرس:
أجد كلًّا من الاحتمالين: النظري والتجريبي، وأستعمل الاحتمال التجريبي في التنبؤ.

المفردات
الاحتمال النظري
الاحتمال التجريبي

نشاط

اسحب كرة من صندوق يحوي ١٠ كرات من ألوان مختلفة، ثم سجِّل اللون وأعد الكرة إلى الصندوق، وكرِّر العملية ٥٠ مرة.

١ أوجد النسبة $\frac{\text{عدد مرات السحب لكل لون}}{\text{عدد مرات السحب الكلي}}$

٢ هل يمكن ألَّا تُسحب كرة ذات لون محدد من الصندوق على الرغم من تكرار السحب؟

٣ افتح الصندوق وعدّ الكرات وأوجد النسبة $\frac{\text{عدد الكرات من كل لون}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$ لكل لون من الكرات.

٤ هل النسبة في السؤال الأول تساوي النسبة في السؤال الثالث؟ وضّح ذلك.

تم تحديد الاحتمال في النشاط أعلاه عن طريق إجراء التجربة. وتُسمى الاحتمالات المبنية على نواتج يتم الحصول عليها بهذه الطريقة **الاحتمالات التجريبية**.

أما الاحتمالات المبنية على حقائق وخصائص معروفة، فتُسمى **الاحتمالات النظرية**. فمثلًا: يمكن حساب الاحتمال النظري لسحب كرة بلون معين من الصندوق؛ لأن الاحتمال النظري يزوّدنا بما سيحدث دون إجراء التجربة.

مثالان — الاحتمال النظري والتجريبي

١ **ما الاحتمال النظري لظهور العدد ١ مرتين عند رمي مكعبي الأرقام؟**

الاحتمال النظري هو $\frac{١}{٦} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{٣٦}$

٢ **يبيِّن الرسم المجاور نتائج تجربة رمي مكعبي أرقام بناءً على الاحتمال التجريبي، هل الحصول على مجموع ١٢ له فرصة حدوث كبيرة؟**

نتائج رمي مكعبي أرقام
عدد المرات: ٠، ٤، ٨، ١٢، ١٦
المجموع: ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢

بما أن المجموع ١٢ قد ظهر مرة واحدة من بين ٥٨ مرة، فإن الاحتمال التجريبي للحصول على هذا المجموع هو $\frac{١}{٥٨}$؛ أيْ أنه لا توجد فرصة كبيرة للحصول على المجموع ١٢



أ) بالرجوع إلى الرسم أعلاه واعتمادًا على الاحتمال التجريبي، ما المجموع الذي له فرصة حدوث كبيرة؟

مثالٌ من واقع الحياة

٣) وقت: أُجريت دراسة على ٣٠٠ شخص للوقوف على طريقة معرفتهم للوقت، فما الاحتمال التجريبي لاستعمال الشخص الهاتف النقّال في ذلك ؟

الطريقة	عدد الأشخاص
هاتف نقّال	١٨٥
ساعة حائط	٥٨
ساعة يد	٥٧

بما أن الدراسة تتكون من ٣٠٠ شخص من بينهم ١٨٥ شخصًا يستعملون الهاتف النقال لمعرفة الوقت، فيكون الاحتمال التجريبي هو $\frac{١٨٥}{٣٠٠} \approx ٦٢\%$.



الربط بالحياة:

كيف يستعمل مصمّمو الهواتف النقالة الرياضيات؟

يستعمل المصمّمون المعلومات المبنية على الدراسات الإحصائية لمساعدتهم على تحديد المميزات والأشكال التي يفضِّلها العملاء.

تحقق من فهمك:

ب) ما الاحتمال التجريبي لاستعمال ساعة اليد لمعرفة الوقت؟

يمكنك استعمال الخبرات السابقة لتوقُّع الحادثة في المستقبل.

مثـــال — استعمال الاحتمال في التنبؤ

٤) مصانع: وجد أحد الباحثين في أحد مصانع المصابيح الزجاجية أن احتمال أن يكون المصباح الزجاجي غير تالف هو $\frac{٨}{١١}$ ، فهل هذا الاحتمال نظري أم تجريبي؟ وإذا أرادت الشركة الحصول على ١٠٠٠٠ مصباح زجاجي غير تالف، فكم مصباحًا عليها أن تصنع؟

هذا الاحتمال تجريبي؛ لأنه يعتمد على ما حدث فعلًا. ولمعرفة كم عليها أن تصنع للحصول على ١٠٠٠٠ مصباح غير تالف نستعمل التناسب:

٨ من أصل ١١ غير تالفة. ← $\frac{٨}{١١} = \frac{١٠٠٠٠}{س}$ → ١٠٠٠٠ مصباح من س يجب أن تكون غير تالفة.

حُلَّ التناسب:

$\frac{٨}{١١} = \frac{١٠٠٠٠}{س}$	اكتب التناسب
$٨ \times س = ١١ \times ١٠٠٠٠$	أوجد الضرب التبادلي
$٨\,س = ١١٠٠٠٠$	اضرب
$\frac{٨س}{٨} = \frac{١١٠٠٠٠}{٨}$	اقسم الطرفين على ٨
$س = ١٣٧٥٠$	

يجب أن تصنع الشركة ١٣٧٥٠ مصباحًا زجاجيًّا.

تحقق من فهمك:

جـ) دراسة إحصائية: أُجريت دراسة حديثة على ١٥٠ شخصًا، فأجاب ١٨ شخصًا منهم بأنهم يستعملون اليد اليسرى، فإذا أُجريت هذه الدراسة على ٢٥٠٠ شخص، فكم تتوقع عدد الأشخاص الذين يستعملون اليد اليسرى منهم؟



تأكد

المثال ١

استعمل الجدول المجاور الذي يظهر نتائج إلقاء ثلاث قطع نقدية معًا ٥٠ مرة لحل الأسئلة ١ – ٣:

النتائج	التكرار	النتائج	التكرار
ك ك ك	٣	ش ش ش	٦
ك ك ش	٦	ش ش ك	٥
ك ش ك	٥	ش ك ش	١٠
ك ش ش	١٠	ش ك ك	٥

١ ما الاحتمال النظري للحصول على شعارين فقط؟

المثال ٢

٢ أوجد الاحتمال التجريبي للحصول على شعارين فقط.

٣ صف احتمال الحصول على شعارين عند إلقاء ٣ قطع نقدية؟ وضّح إجابتك.

استعمل المعلومات الواردة في الجدول المجاور، والذي يبيِّن نتائج دراسة إحصائية عن الكتب المفضلة لدى الطلاب لحل السؤالين ٤ ، ٥:

الكتب	عدد الطلاب
دينية	٤٨
علمية	٣٣
أدبية	٢٨
عامة	١١

المثال ٣

٤ ما احتمال أن يفضل الطلاب الكتب الدينية؟

المثال ٤

٥ كم تتوقع أن يكون عدد الطلاب الذين يفضلون الكتب الأدبية من بين ٩٠ طالبًا آخرين ؟

تدرَّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦، ٩	١، ٢
٨، ١١	٣
٧، ١٠	٤

رالي سيارات: **استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين ٦ ، ٧:** فاز سعيد خلال الأيام الأربعة الأولى من سباق رالي السيارات بِـ ٢٤ جولة من ٣٠ جولة.

٦ ما احتمال أن يفوز في الجولة القادمة؟

٧ وإذا اشترك في ٥٠ سباقًا في هذا الموسم، فكم تتوقع أن يكون عدد مرات فوز سعيد؟

٨ **دراسة إحصائية:** أظهرت دراسة إحصائية أن ١٢٠ شخصًا من بين ٢٠٠ يفضلون الأرز في وجبة الغداء، بناءً على هذه الدراسة، حدِّد الاحتمال التجريبي لأن يفضل صديقك الأرز في وجبة غدائه؟

شبكة المعلومات: **استعمل المعلومات الواردة في الجدول المجاور والذي يبيّن المواقع الإلكترونية التي زارها الطلاب في غرفة مصادر التعلم، لحل السؤالين ٩ ، ١٠:**

المواقع	عدد الطلاب
بحث	٣٢
الألعاب	١٣
علمي	١٠
بريد إلكتروني	٩
صحف	٧
حكومية	٤
منتديات	٣
شرعية	٢

٩ ما احتمال أن يزور الطلاب موقعًا علميًّا؟

١٠ كم تتوقع عدد الطلاب الذين زاروا موقعًا حكوميًّا من بين ١٠٠ طالب ؟

١١ **سيارات:** باعت وكالة سيارات ٨٠ سيارة، منها ٣٥ سيارة صغيرة. فما الاحتمال التجريبي لأن تكون السيارات المبيعة صغيرة؟

١٢ **رياضة:** أُجريت دراسة إحصائية على ٩٠ طالبًا، ففضَّل ٤٢ طالبًا منهم كرة القدم، في حين فضَّل ٢٤ منهم السباحة، فإذا كان عدد طلاب المدرسة ٣٠٠ طالب، فكم تتوقع عدد الطلاب الذين يفضلون السباحة؟

لحل الأسئلة ١٣ – ١٥، استعمل الجدول المجاور الذي يظهر نتائج دوران مؤشِّر قرص مقسَّم إلى ٨ أقسام متساوية مرقّمة من ١ – ٨.

الرقم على القرص	التكرار
١	٨
٢	٥
٣	٩
٤	٤
٥	١٠
٦	٦
٧	٥
٨	٣

١٣ قارن بين الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي لوقوف المؤشر على الرقم ٥.

١٤ اعتمادًا على الاحتمال التجريبي، كم تتوقع عدد مرات وقوف المؤشر على الرقم ٣ إذا دار القرص ٢٠٠ مرة؟

١٥ توقع وليد أن يقف المؤشر على الرقم ٤ أو ٨ في المرة القادمة. فهل هذا التنبؤ منطقي؟ وضّح ذلك.

١٦ **طعام:** قام مسؤول المقصف المدرسي بسؤال بعض الطلاب عن فطائرهم المفضلة؛ فكانت النتائج كما في الجدول المجاور، إذا قدَّم المقصف ٣٥٠ فطيرة، واختار كل طالب فطيرة واحدة منها، فكم تتوقع أن يكون عدد فطائر اللحم؟

نوع الفطيرة	عدد الطلاب
فطائر الجبن	٢٢
فطائر اللحم	١٩
فطائر الدجاج	٣٠
فطائر البيض	١٦
فطائر اللبنة	١٣

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٧ **مسألة مفتوحة:** أُجريت دراسة إحصائية على ٢٥٠ شخصًا عن لونهم المفضل من الألوان (الأزرق ، والأحمر، والأخضر، والأبيض). اعمل جدولًا لكل النتائج الممكنة إذا كان الاحتمال التجريبي لأن يكون اللون المفضل هو اللون الأزرق هو ٤٠٪.

١٨ **تحدٍّ:** وجدت دراسة إحصائية أن ٧٥ طالبًا من أصل ٢٠٠ لديهم حذاء تزلُّج، وأن ٢٨٠ طالبًا من أصل ٤٠٠ لديهم دراجة هوائية. فما احتمال أن يكون لدى الطالب حذاء تزلُّج ودراجة هوائية معًا؟

١٩ **اكتب** وضّح لماذا لا تستطيع أن تتوقع أن يكون الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي لحادثة ما متساويين.

تدريب على اختبار

٤٠ في دراسة مسحية حول المادة الدراسية الأصعب من وجهة نظر طلاب مدرسة متوسطة، كانت النتائج كما في الجدول أدناه:

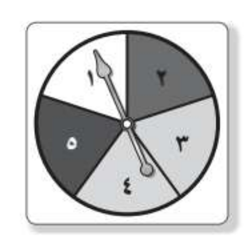
المادة	الرياضيات	العلوم	اللغة الإنجليزية	اللغة العربية	الاجتماعيات
عدد الطلاب	٧٢	٣٨	٣٦	٣٢	٢٢

وفقًا لهذه النتائج، ما الاحتمال التجريبي لأن تكون مادة اللغة العربية هي الأصعب؟

أ) $\frac{٨}{٢٥}$ ج) $\frac{٤}{٢٥}$

ب) $\frac{٩}{٥٠}$ د) $\frac{٤}{٥٠}$

٤١ إجابة قصيرة: أدارت نوف مؤشر القرص الدوَّار المبيَّن، وسجَّلت النتائج:



الرقم على القرص	عدد مرات الظهور
١	٢٠
٢	١٠
٣	٢
٤	٤٠
٥	٨

ما الاحتمال التجريبي لوقوف المؤشر على الرقم ٥ ؟

مراجعة تراكمية

٨ بطاقات مرقَّمة من ١ إلى ٨، سُحبت بطاقتان عشوائيًّا واحدة تلو الأخرى دون إرجاع الأولى، أوجد كلًّا من الاحتمالين الآتيين. (الدرس ١٠ – ٢)

٤٢ ٨ ثم ٤

٤٣ زوجي ثم فردي

٤٤ تموينات: لدى محل تجاري أربعة أنواع من العسل، وثلاثة أنواع من الحليب. بكم طريقة مختلفة يمكن لشخص أن يشتري نوعًا من العسل، وآخر من الحليب من ذلك المحل؟ (الدرس ١٠ – ١)

٤٥ إحصاء: أوجد كلًّا من المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى، والمدى الربيعي، وأية قيم متطرفة لمجموعة القيم: ١١٥، ١١٧، ١١١، ١٢١، ١١٠، ١٢٧، ١١٦، ١٢٦، ١٠٥، ١١٥، ١٠٠، ١٠٣، ١٢٢، ١٣٠، ١٠١، ١٠٠، ١٠٨، ١٣٠ (الدرس ٩ – ٥)

٤٦ صحة: اكتب متباينة تمثِّل الجملة: "تزيد عدد دقات قلبك على ١٠٠٠٠٠ مرة في اليوم". (الدرس ٧ – ٦)

الاستعداد للدرس اللاحق

٤٧ مهارة سابقة: أرادت فدوى أن تؤدي واجبها المنزلي، وهو عدد من المسائل الرياضية؛ وقد حلَّت نصفها قبل صلاة المغرب، ثم حلَّت سبع مسائل أخرى بعد المغرب، وبقي عليها إحدى عشرة مسألة. فكم كان عدد مسائل واجب فدوى المنزلي؟ (استعمل استراتيجية الحل عكسيًّا).



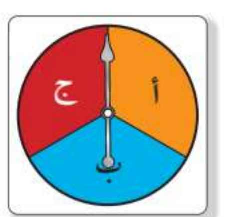
الفصل ١٠

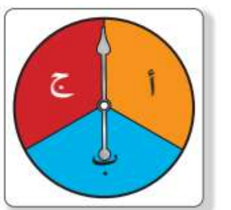
اختبار منتصف الفصل

الدروس من ١٠-١ إلى ١٠-٣

١ **سفر:** استعمل الرسم الشجري لإيجاد عدد النواتج الممكنة للسفر من المدينة أ إلى المدينة ب مرورًا بالمدينة جـ، علمًا بأنه يمكن للشخص السفر من أ إلى جـ بالحافلة أو بالطائرة، ومن جـ إلى ب بالحافلة أو بالطائرة أو بالقطار؟ (الدرس ١٠ - ١)

٢ إذا تم تدوير مؤشر القرصين الدائريين أدناه، فما عدد النواتج الممكنة؟ (الدرس ١٠ - ١)





يوجد في صندوق ٣ أقلام سوداء، وقلمان حمراوان، و٤ أقلام صفراء، وقلمان برتقاليان، و٣ أقلام خضراء. سحبت فاطمة قلمًا ولم تُعِدْه إلى الصندوق، ثم سحبت قلمًا آخر. أوجد الاحتمالات الآتية: (الدرس ١٠ - ٢)

٣ ح (القلمان سوداوانِ)

٤ ح (القلمان خضراوان)

٥ ح (الأول أصفر، والثاني أخضر)

٦ ح (القلمان غير برتقاليين)

٧ ح (ليس فيهما قلم أحمر ولا أصفر)

٨ **اختيار من متعدد:** سُحبت بطاقتان من عشر بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ واحدة تلو الأخرى، ما احتمال أن يكون مكتوب على كلٍّ منهما عددًا زوجيًّا إذا أُعيدت البطاقة المسحوبة أولًا إلى مجموعة البطاقات؟ (الدرس ١٠ - ٢)

أ) $\frac{١}{٥}$ جـ) $\frac{١}{٤}$

ب) $\frac{٢}{٩}$ د) $\frac{٣}{٨}$

٩ **طعام:** أظهرت دراسة إحصائية أن ١٣٥ شخصًا من بين ٢٢٥ شخصًا يفضلون الشوربة في وجبة الغداء. بناءً على هذه الدراسة، كم شخصًا من بين ٨٠ شخصًا آخرين تم سؤالهم يُتوقع أنهم يفضِّلون الشوربة في وجبة الغداء؟ (الدرس ١٠ - ٣)

١٠ أُلقيت قطعة نقدية ٣ مرات، وظهر الشعار على القطعة في المرات الثلاث. ما الاحتمال النظري لظهور الكتابة إذا رُميت القطعة مرة أخرى؟ (الدرس ١٠ - ٣)

١١ **اختيار من متعدد:** يحتوي إناء على ٣٦ كرة ملوّنة لها الحجم نفسه من اللون الأزرق والأخضر والأحمر والأصفر. ما عدد الكرات الزرقاء في الإناء، إذا كان احتمال سحب كرة زرقاء من الإناء دون النظر إليها هو $\frac{٤}{٩}$؟ (الدرس ١٠ - ٣)

أ) ٤   جـ) ١٦

ب) ٨   د) ١٨



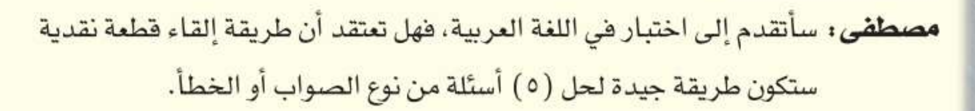




استراتيجية حلّ المسألة

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية «تمثيل المسألة».

تمثيل المسألة.



مصطفى: سأتقدم إلى اختبار في اللغة العربية، فهل تعتقد أن طريقة إلقاء قطعة نقدية ستكون طريقة جيدة لحل (٥) أسئلة من نوع الصواب أو الخطأ.

مهمتك: مثّل المسألة لتحديد ما إذا كان إلقاء قطعة نقدية طريقة جيدة لإجابة أسئلة من نوع الصواب أو الخطأ.

افهم عدد أسئلة الصواب أو الخطأ في الاختبار (٥)، يمكنك القيام بالتجربة لاختبار ما إذا كان إلقاء القطعة النقدية طريقة جيدة لحل الأسئلة والحصول على علامة جيدة.

خطّط ألقِ قطعة نقدية ٥ مرات، فتكون الإجابة صحيحة إذا ظهرت الكتابة، وخطأً إذا ظهر الشعار وكرِّر المحاولة ٣ مرات.

حُلّ افترض أن الإجابات الصحيحة للاختبار هي صواب، خطأ، خطأ، صواب، خطأ.

الإجابات	صواب	خطأ	خطأ	صواب	خطأ	عدد الإجابات الصحيحة
المحاولة ١	صواب	صواب	خطأ	خطأ	صواب	٢
المحاولة ٢	خطأ	خطأ	صواب	صواب	خطأ	٣
المحاولة ٣	صواب	خطأ	صواب	خطأ	صواب	٢

ضع دائرة حول الإجابات التي تتفق مع الإجابات الصحيحة في كل محاولة. بما أن محاولات التجربة أعطت ٢-٣ إجابات صحيحة لأسئلة الاختبار المكون من ٥ أسئلة، فإن إلقاء القطعة النقدية لإجابة أسئلة الصواب أو الخطأ ليست طريقة جيدة للحصول على علامة جيدة في الاختبار.

تحقّق تحقق بإعادة المحاولة عدة مرات.

حلّل الاستراتيجية

١ اذكر مزيّة واحدة لاستعمال استراتيجية «تمثيل المسألة» لحل المسائل.

٢ **اكتب** مسألة يمكن حلها باستراتيجية «تمثيل المسألة»، ثم استعمل الاستراتيجية لحلّها. وفسّر إجابتك.

مســائل متنوعــة

استعمل استراتيجية "تمثيل المسألة" لحل المسائل ٣-٥:

③ **نقود:** اشترى أحمد عصير تفاح وقطع شوكولاتة بـ ٤٥,٥ ريالًا، ودفع للبائع ٥٠ ريالًا، فبكم طريقة يمكن أن يستردّ الباقي إذا كان لدى البائع قطع من الفئتين: ريال، $\frac{١}{٢}$ ريال؟

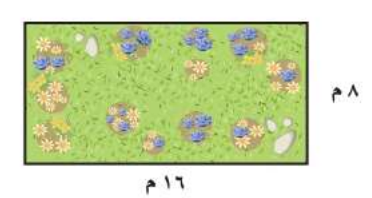
④ **رياضة:** طول ملعب ٨٤ قدمًا، فإذا ركض مبارك ٢٠ قدمًا إلى الأمام و٨ أقدام إلى الخلف، فكم مرة أخرى عليه أن يكرر العملية حتى يصل إلى نهاية الملعب؟

⑤ **مكتبة:** أراد ماهر أن يرتِّب خمسة كتب لديه على الرف، بحيث يكون كتاب التفسير أولها وكتاب الاجتماعيات آخرها، فبكم طريقة يمكن ترتيب الكتب الخمسة على الرف؟

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١٢:

من استراتيجيات حلّ المسألة
- الحل عكسيًا
- البحث عن نمط
- التبرير المنطقي
- تمثيل المسألة

⑥ **قياس:** صمّم فهد حديقة منزله على شكل مستطيل، على أن يكون محيطها يساوي $٢\frac{١}{٤}$ مرة من محيط المستطيل الظاهر في الصورة. أوجد محيط الحديقة.



⑦ **جبر:** أكمل النمط الآتي:
١٠٠، ٩٨، ٩٤، ▭ ، ٨٠، ▭ .

⑧ **نقود:** في اليوم الأول للعيد كان مع نورة مبلغ من المال، أقرضت أختها منه ٥٠ ريالًا، ثم صرفت نصف الباقي، وفي اليوم الثاني للعيد أعطاها عمها ١٠٠ ريال، وبعد أن صرفت ٩٠ ريالًا بقي معها ١١٠ ريالات. فما المبلغ الذي كان مع نورة في اليوم الأول للعيد ؟

⑨ **زيّ:** ما عدد الخيارات التي يمكن لقاسم أن يختار بها زيّه من بين: غترة بيضاء أو حمراء أو سكرية مع ثوب أبيض أو بني أو أسود؟

⑩ **اصطفاف:** تقف علياء وفاطمة ومها وعبير في خط مستقيم. فبكم طريقة يمكن ترتيب هؤلاء البنات؟

⑪ **ألعاب:** بالاعتماد على الرسم أدناه، كيف تقارن بين زائري المدينة (أ) والمدينة (هـ)؟



⑫ **الحس العددي:** إذا كان احتمال سحب كرة زرقاء من صندوق هو $\frac{٢}{٥}$ ، واحتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{٣}{١٠}$ ، وكان عدد الكرات الخضراء مثلي عدد الكرات الصفراء في الصندوق. فأعطِ إمكانية واحدة لأعداد الكرات في الصندوق.





١٠ - ٥ استعمال المعاينة في التنبؤ

فكرة الدرس:
أتنبأ بسلوك مجتمع مستعملًا العينة.

المفردات
- العينة
- المجتمع
- العينة غير المتحيزة
- العينة العشوائية البسيطة
- العينة العشوائية الطبقية
- العينة العشوائية المنتظمة
- العينة المتحيزة
- العينة الملائمة
- العينة التطوعية

استعد



ما نوع البرامج التي تفضل مشاهدتها؟				
وثائقية	طبية	أسرية	دينية	رياضية

رياضة: أراد مدير محطة تلفزيونية إجراء دراسة إحصائية؛ لتحديد البرامج التي يفضلها المشاهدون.

١) إذا افترضنا أنه أجرى الدراسة على مجموعة من جمهور البرامج الوثائقية، فهل تعتقد أن النتائج ستمثل مشاهِدي جميع البرامج؟ وضّح إجابتك.

٢) إذا افترضنا أنه أجرى الدراسة الإحصائية على طلاب المرحلة المتوسطة، فهل تعتقد أن النتائج تمثل مشاهِدي جميع البرامج؟ وضّح إجابتك.

٣) إذا افترضنا أنه أجرى الدراسة الإحصائية باختيار شخص من كل ١٠٠ شخص في دليل الهاتف، فهل تعتقد أن النتائج تمثل مشاهِدي جميع البرامج؟ وضّح إجابتك.

بما أن مدير المحطة التلفزيونية لا يستطيع إجراء الدراسة على جميع مشاهِدي البرامج، فإن عليه اختيار مجموعة صغيرة لإجراء الدراسة عليها وتُسمى **العينة**، وتستعمل العينة لتمثيل مجموعة كبيرة تُسمى **المجتمع**.

وللحصول على نتائج صحيحة، يجب اختيار العينة بعناية، وتعطي **العينة غير المتحيزة** نتائج صادقة لتمثيلها المجتمع بدقة، وفيما يأتي ثلاث طرائق لاختيار العينة غير المتحيزة:

العينات غير المتحيزة (ملخص المفهوم)

النوع	الوصف	مثال
العينة العشوائية البسيطة	فرص اختيار عناصر أو أفراد المجتمع متساوية.	يكتب كل طالب اسمه في قصاصة ورقية، وتُوضع الأسماء في صندوق وتُسحب القصاصات دون النظر إليها.
العينة العشوائية الطبقية	يقسم المجتمع إلى مجموعات متشابهة غير متداخلة، ثم يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة.	يتم اختيار الطلاب عشوائيًّا من كل مرحلة من مراحل الدراسة.
العينة العشوائية المنتظمة	يتم اختيار العناصر أو الأفراد وفق فترة زمنية محددة أو فترات متساوية من العناصر أو الأفراد.	يتم اختيار الطالب الذي ترتيبه ٢٠ ومضاعفات الـ ٢٠ من القائمة المرتبة أبجديًّا للطلاب الملتحقين بالمدرسة.

أما في **العينة المتحيزة** فإنه يتم تفضيل بعض أقسام المجتمع على سائر الأقسام، وفيما يأتي طريقتان لاختيار العينة المتحيزة:

العينات المتحيزة — ملخص المفهوم

النوع	الوصف	مثال
العينة الملائمة	تتكون العينة الملائمة من أفراد المجتمع الذين يسهل الوصول إليهم.	لتمثيل جميع الطلاب الملتحقين بالمدرسة يتم اختيار أحد فصول المدرسة لإجراء الدراسة.
العينة التطوعية	تتكون العينة التطوعية من أفراد يرغبون في الانضمام إلى العينة.	يقوم طلاب المدرسة الراغبون في إبداء آرائهم بتعبئة استبانة الدراسة الإحصائية على شبكة المعلومات.

مثالان تحديد دقة الاستنتاجات

حدِّد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية دقيقة أم لا، وبرر إجابتك.

1) **لتحديد «نوع العصير المفضل عند الزبائن» تم اختيار الأشخاص: العاشر ومضاعفات العشرة ممن يدخلون إلى المتجر، وقد فضل سبعون شخصًا من المئة والخمسين الذين اختيروا عصير البرتقال، فاستنتج البائع أن نصف الزبائن تقريبًا يفضلون عصير البرتقال.**

الاستنتاج دقيق؛ حيث إن المجتمع هم الزبائن، والعينة كانت عينة عشوائية منتظمة وهي عينة غير متحيزة.

2) **لتحديد «ماذا يفضل الشخص أن يعمل في وقت فراغه»، تم اختيار زبائن متجر للتجهيزات الرياضية، فوجد أن ٨٥٪ منهم يفضلون ممارسة الرياضة، وبذلك استُنتج أن معظم الناس يفضلون ممارسة الرياضة في وقت فراغهم.**

الاستنتاج غير دقيق؛ لأنه من الطبيعي أن يفضل زبائن المتجر الرياضي ممارسة الرياضة أكثر في وقت فراغهم؛ لذا فهي عينة متحيزة، وهي من نوع العينة الملائمة؛ لأن جميع الأشخاص الذين أجريت عليهم قد اختيروا من مكان واحد.

تحقق من فهمك:

حدِّد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية دقيقة أم لا، وبرر إجابتك.

أ) سألت محطة إذاعية المستمعين عن الشاعر المفضل لديهم من بين شاعرين، ففضل ٧٢٪ منهم الشاعر الأول، فاستنتجت الإذاعة أن الشاعر الأول هو الذي سيفوز بجائزة أفضل شاعر.

ب) لتوزيع جوائز على جمهور إحدى المسرحيات، كُتبت جميع أرقام المقاعد في بطاقات ووضعت في صندوق وسُحبت البطاقات الفائزة دون النظر إليها. فاستنتج وائل أن لديه فرصة جيدة مثل غيره للحصول على الجائزة.



تستعمل العينات الصادقة طريقة العينات غير المتحيزة، وعند اعتماد هذا الأسلوب في الدراسة، فإنه يمكن استعمال النتائج في التنبؤ.

مثال من واقع الحياة **استعمال العينات في التنبؤ**

٣ مخازن: يبيع أحد المخازن أربعة أنواع رئيسة من الألعاب، ولمعرفة نوع الألعاب المفضلة قام موظفو المخزن بدراسة إحصائية على ٥٠ زبونًا عشوائيًّا، فكانت النتائج كما في الجدول المجاور، فإذا أراد المخزن طلب ٤٥٠ لعبة جديدة، فكم يفضل أن يكون عدد الألعاب الإلكترونية؟

النوع	العدد
ألعاب إلكترونية	٢٥
دراجات هوائية	١٠
أحذية تزلج	٨
ألعاب ذهنية	٧

أولًا: حدد ما إذا كانت العينة ممثلة للمجتمع أم لا، العينة هنا عشوائية بسيطة؛ لأنه تم اختيار الزبائن عشوائيًّا لذلك فإن العينة ممثلة.

ثانيًا: نسبة الزبائن الذين يفضلون الألعاب الإلكترونية = $\frac{٢٥}{٥٠}$ = ٥٠٪؛ لذا أوجد ٥٠٪ من ٤٥٠.

٠,٥ × ٤٥٠ = ٢٢٥، فيكون على المخزن طلب ٢٢٥ لعبة إلكترونية تقريبًا.

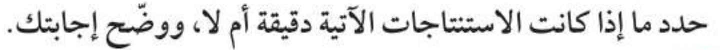
إرشادات للدراسة

الاحتمالات المضلّلة

يمكن أن تكون الاحتمالات المبنية على عينات متحيزة خادعة ومضلّلة، فمثلًا إذا كانت عينة الدراسة على الأولاد فقط، فلن تكون موثوقة لأنها اقتصرت على جنس واحد فقط.

تحقق من فهمك:

جـ) **سباحة:** سأل مدرب سباحة طلابه المتدربين إذا كانوا يرغبون في تدريبات متقدمة في السباحة، فأبدى ٦٠٪ منهم رغبتهم في ذلك، فإذا كان عدد أعضاء النادي الرياضي هو ٨٧٠ عضوًا، فما عدد الأعضاء الراغبين في التدريبات المتقدمة الذي يتوقعه المدرب؟



تأكد

حدد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية دقيقة أم لا، ووضّح إجابتك.

المثالان ١، ٢

١ اختيرت ١٠٠ عائلة من منطقة أبها عشوائيًّا، لتحديد معدل صرف العائلة السعودية على خدمة الكهرباء، فأجابت ٨٥ عائلة منهم بأنهم ينفقون عليها أقل من ٣٠٠ ريال شهريًّا. فاستنتج الباحث أن معدل صرف العائلة السعودية على الكهرباء أقل من ٣٠٠ ريال في الشهر.

٢ اختير شخص عشوائيًّا من كل دائرة في شركة لتحديد أولويات الموظفين، فكانت الخدمة الصحية أهم أولويات ٦٧٪ منهم، فاستنتج المدير أن الخدمة الصحية يجب أن تشمل جميع الموظفين.

المثال ٣

٣ **حواسيب:** عندما أراد خالد شراء جهاز حاسوب، اختار عينة عشوائية من زبائن متجر لبيع الحواسيب، وسجل النتائج في الجدول المجاور. فإذا أجرى خالد الدراسة على ١٥٠ شخصًا، فكم عدد الذين فضلوا الحواسيب المحمولة؟

نوع الجهاز	العدد
حاسوب منزلي	٣
حاسوب محمول	٧

تدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٤ - ٩	١، ٢
١٠، ١١	٣

حدد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية صادقة أم لا، وبرِّر إجابتك:

٤) لتقييم مدى صلاحية منتج، قام صانِعُو هواتف نقالة باختيار الهاتف الذي ترتيبه ٥٠ ومضاعفات الـ ٥٠ في خط إنتاج، فوجدوا أنه من بين ٢٠٠ هاتف منها كان هناك ٤ هواتف تالفة، فاستنتج المدير من ذلك أن ٢٪ من الهواتف المنتَجة ستكون تالفة.

٥) أجرت نوال دراسة إحصائية على زميلاتها في جماعة الفنون بالمدرسة؛ لتحديد عدد الطالبات اللواتي سيشاركن في معرض الأشغال اليدوية، فأبدت جميع صديقاتها الرغبة في الاشتراك، لذا افترضت نوال أن جميع الطالبات في مدرستها سيشتركن في المعرض.

٦) طلبت إحدى المجلات من قرائها تعبئة استبانة وإعادتها إليها لتحديد أفضل المناطق السياحية لديهم، فأبدى معظم القراء الذين أجابوا تفضيلهم منطقة عسير، لذلك قررت المجلة كتابة مقال عن هذه المنطقة.

٧) لمعرفة رأي الناس في أنظمة المرور الجديدة تم اختيار ٢٠ شخصًا عشوائيًّا من كل مدينة، فتبين أن ٤٢٪ منهم لم يؤيدوها. لذلك استنتج المسؤولون أنهم في حاجة إلى حملة لتوعية المواطنين بهذه الأنظمة.

هل تؤيد أنظمة المرور الجديدة؟	
نعم	٣٠٪
لا	٤٢٪
غير متأكد	٢٨٪

٨) أرادت زينب شراء علبتَي لبن مختلفتين لعمل تجربة، فأغمضت عينيها واختارت واحدة، ثم مشت خطوتين واختارت علبةً أخرى.

٩) سأل المعلم طلبته الخمسة الجالسين في الصف الأمامي في غرفة الصف عن رغبتهم في الاشتراك في يوم النشاط المدرسي، فأجابوا بالموافقة. فاستنتج من ذلك أن جميع طلاب المدرسة سيشاركون في يوم النشاط.

١٠) **أخبار:** اختار مشرف المقصف المدرسي الطالب الذي ترتيبه ١٠ ومضاعفات الـ ١٠ في طابور المقصف المدرسي، ثم سألهم عن الطريقة المناسبة لديهم للاطلاع على الأخبار المحلية، فكانت النتائج كما في الجدول المجاور. إذا كان عدد طلاب المدرسة ٦٨٠، فكم تتوقع أن يكون عدد الذين يفضلون الاطلاع على المواقع الإلكترونية لمعرفة الأخبار المحلية؟

الأسلوب	العدد
المواقع الإلكترونية	١٦
الصحف	١٢
المذياع	٥
أحاديث الناس	٣



الربط بالحياة:
في عام ٢٠١٧ م بلغ عدد مستخدمي الإنترنت في المملكة العربية السعودية ٢٤ مليون مستخدم.



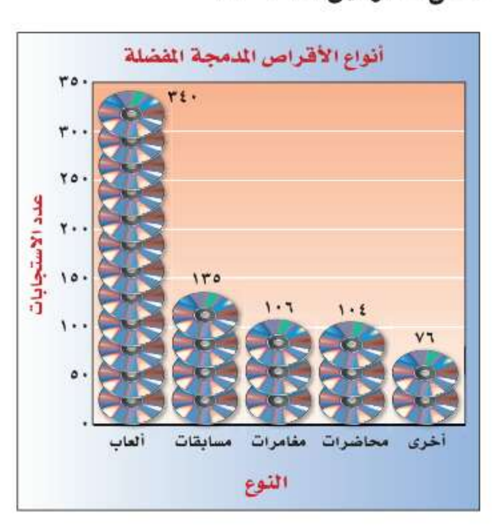
١١ سفر: أُجريت دراسة عشوائية على أشخاص في مركز تجاري، فأظهرت أن ٢٢ منهم يفضلون السفر مع العائلة بالسيارة وَ ١٨ يفضلون السفر بالطائرة وَ ٤ يفضلون السفر بالحافلة، فكم تتوقع أن يكون عدد الأشخاص الذين يفضلون السفر بالطائرة من الأشخاص الـ ٥٠٠ الذين أُجريت عليهم الدراسة.

١٢ مطارات: أرادت إدارة أحد المطارات إنشاء مقهى إنترنت في قاعة القادمين، فأجرت دراسة على ٥٠٠ مسافر في المطار عشوائيًّا، فاعتبر ٤٢٥ منهم أن إنشاء المقهى فكرة جيدة، فهل يجب على إدارة المطار اعتماد هذه الفكرة؟ وضّح إجابتك.

١٣ نشاطات: أراد بشّار إجراء دراسة إحصائية على الطلاب الراغبين في المشاركة في أنشطة المدرسة، صف طريقة اختيار عينة صادقة ينبغي استعمالها.

أقراص مدمجة: استعمل المعلومات أدناه لحل السؤالين ١٤ ، ١٥.

يوضح الجدول المجاور استجابة ١٠٠٠ زبون بخصوص أنواع الأقراص المدمجة المفضلة لديهم.



١٤ اعتمادًا على نتائج الدراسة الإحصائية، إذا قام التاجر بطلب ٢٥٠٠ قرص مدمج من مختلف الأنواع، فما عدد أقراص الألعاب التي عليه أن يطلبها؟

١٥ اعتمادًا على نتائج الدراسة الإحصائية، استنتج التاجر أن ٢٥٪ من الزبائن سيشترون أقراص المسابقات أو المغامرات، فهل هذا الاستنتاج دقيق؟ وضّح إجابتك.

دراسات إحصائية: يمكن اعتبار الدراسة الإحصائية متحيزة، إذا كانت تحتوي على كلمات لها تأثير في استجابة الأشخاص. وضّح إذا كانت الأسئلة الآتية متحيزة أم لا:

١٦ «نظرًا للازدحام السكاني، هل هناك ضرورة لبناء مدرسة جديدة؟»

١٧ «ما نوع الطعام الذي تفضل تناوله عند مشاهدة التلفاز؟»

١٨ قرأت كتاب «صور من حياة الصحابة» المحبب إلى الناس، فهل أحببت هذا الكتاب؟

١٩ «اذكر فريق كرة القدم المفضل لديك».

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٠ تحدٍّ: كيف يمكن للكلمات المستعملة في السؤال ونبرة الصوت أن تؤثر في الأشخاص المشتركين في الدراسة الإحصائية؟ أعط مثالين على الأقل.

٢١ اكتب قارن بين إجراء الدراسة الإحصائية والاحتمال التجريبي.

تدريب على اختبار

٤٢ أجرت خديجة دراسة مسحية حول المادة المفضلة عند طالبات مدرستها، فسألت جميع طالبات النادي الأدبي في المدرسة، وكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

المادة المفضلة	عدد الطالبات
اللغة العربية	١٢
الرياضيات	٥
العلوم	٣
الاجتماعيات	٨

ووفقًا لهذه النتائج، استنتجت خديجة أن مادة اللغة العربية هي المادة المفضلة عند طالبات مدرستها. لماذا يعد هذا الاستنتاج غير دقيق؟

أ) طالبات النادي الأدبي يجتمعن في أيام محددة فقط.

ب) يجب على خديجة أن تسأل طالبات فصلها فقط.

جـ) يجب إجراء الدراسة يوميًّا خلال أسبوع.

د) العينة لا تمثِّل طالبات المدرسة.

٤٣ حدّد سلمان أن ٦٠٪ من طلاب الصف الثاني المتوسط يُحضرون معهم مظلاتهم، عندما تتوقع الهيئة العامة للأرصاد سقوط الأمطار. إذا علمت أن عدد طلاب الصف الثاني المتوسط في مدرسة سلمان هو ١٥٠ طالبًا، فأي الجمل الآتية **لا** تتفق مع بيانات سلمان؟

أ) أقل من $\frac{٢}{٥}$ طلاب الثاني المتوسط يُحضرون مظلاتهم في الأيام التي يُتوقع سقوط الأمطار فيها.

ب) ٩٠ طالبًا من طلاب الثاني المتوسط يُحضرون مظلاتهم في الأيام التي يُتوقع سقوط المطر فيها.

جـ) أكثر من $\frac{١}{٢}$ طلاب الثاني المتوسط يُحضرون مظلاتهم في الأيام التي يُتوقع سقوط الأمطار فيها.

د) ٦٠ طالبًا من طلاب الثاني المتوسط **لا** يُحضرون مظلاتهم في الأيام التي يُتوقع فيها سقوط الأمطار.

مراجعة تراكمية

٤٤ **بيتزا:** يقدم مطعم للبيتزا حجمين مختلفين منها، وبأحد نوعين من الجبن، وأربعة أنواع مختلفة من الإضافات. استعمل استراتيجية تمثيل المسألة؛ لإيجاد عدد خيارات البيتزا التي يقدمها هذا المطعم. (الدرس ١٠ - ٤)

٤٥ **كرة سلة:** في أثناء التدريب، سجل محمد ٨٠ هدفًا من ١٠٠ رمية حرة في لعبة كرة السلة. ما الاحتمال التجريبي لأن يسجل محمد من ضربة حرة؟ (الدرس ١٠ - ٣)

٤٦ **تأجير سيارات:** يقدم محل لتأجير السيارات عرضين لزبائنه، يتضمن الأول أجرة يومية مقدارها ٦٠ ريالًا مضافًا إليها ٠,٤ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة، والثاني ٤٠ ريالًا مضافًا إليها ٠,٦ ريال عن كل كيلومتر. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الكيلومترات التي تتساوى عندها قيمتا العرضين في اليوم الواحد. (الدرس ٧ - ٤)



الفصل ١٠

اختبار الفصل

١ **شعار:** ترغب إحدى الشركات في تصميم شعار لها، فإذا كان لديها الاختيارات كما في الجدول أدناه، فبكم طريقة مختلفة يمكن تصميم الشعار؟

اختيارات التصميم
٥ خلفيات مختلفة
٣ ألوان
٢ إطار خارجي

٢ **اختيار من متعدد:** موسى وإبراهيم ضمن طلاب الفصل الستة الراغبين في الانضمام للنشاط المدرسي، فإذا اختارت المدرسة طالبين منهم عشوائيًّا، فما احتمال أن يتم اختيار موسى وإبراهيم معًا؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{١٥}$ جـ) $\frac{١}{٣٠}$ د) $\frac{١}{٦٠}$

يحتوي صندوق على ٤ كرات زرقاء و ٧ حمراء و٦ صفراء و٨ خضراء و٣ بيضاء. فإذا سُحبت كرة دون إرجاع فأوجد الاحتمالات الآتية:

٣ ح(٢ زرقاء).

٤ ح(حمراء ثم بيضاء)

٥ ح(بيضاء ثم خضراء)

٦ ح(كرتان غير صفراوين وغيرُ حمراوين)

ألقيت قطعتا نقد ٢٠ مرة، فلم يظهر الشعار ٤ مرات، في حين ظهرت على إحدى القطع ٩ مرات، وظهرت على القطعتين معًا ٧ مرات.

٧ ما الاحتمال التجريبي لظهور شعارين؟

٨ ما الاحتمال التجريبي لظهور شعار واحد؟

٩ مثّل الرسم الشجري لإظهار نتائج إلقاء قطعتَي النقد.

١٠ قارن بين الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري للحصول على شعارين عند إلقاء قطعتَي نقدٍ.

١١ **ملابس:** لدى متجر قمصانٌ بأحجام مختلفة: كبير، متوسط، صغير، وبألوان مختلفة: أزرق وأسود وأبيض. فما عدد أنواع القمصان الموجودة في المتجر؟

١٢ **أطباء:** قامت إدارة المستشفى بإجراء دراسة على ٤ أقسام لمعرفة عدد ساعات مناوبة الأطباء في الشهر فكانت النتائج كما في الجدول أدناه. فإذا كان هناك ٨٦٤ طبيبًا في المستشفى، فما عدد الأطباء المناوِبين ما بين (٢١-٤٠) ساعة الذي تتوقعه؟

عدد ساعات المناوبة	عدد الأطباء
٠ - ١٠	٣٨
١١ - ٢٠	٢٦
٢١ - ٤٠	١٠
٤٠ أو أكثر	٦

١٣ **اختيار من متعدد:** أراد المعلم معرفة رغبة طلاب الصف في المشاركة لزيارة المتحف، فما الطريقة التي يستعملها للدراسة الإحصائية لتكون صادقة؟

أ) يسأل الطلاب المشاركين في النادي الفني.

ب) يسأل أهالي الطلاب.

جـ) يسأل الطلاب الذين ترتيبهم العاشر ومضاعفات العشرة من الصف.

د) يقوم بالإعلان عن الرحلة، ويطلب إلى الطلاب أن يخبروه عن آرائهم.

١٤ **رياضة:** لتحديد نوع الرياضة المفضلة أُجريَ استفتاء عشوائي في أثناء مباراة كرة طائرة. فأجاب ٧٢٪ منهم أن كرة الطائرة هي رياضتهم المفضلة، فاستنتج الباحث أن الكرة الطائرة هي اللعبة المفضلة لدى الناس، فهل استنتاجه صادق؟



الفصل ١٠ الاختبار التراكمي (١٠)

القسم ١ اختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة:

١ سأل ماجد طلاب فصله عن أنواع العصائر المفضَّلة لديهم، فكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

أنواع العصائر المفضلة				
نوع العصير	البرتقال	الليمون	الأناناس	التفاح
عدد الطلاب	٣	١٢	٦	٣

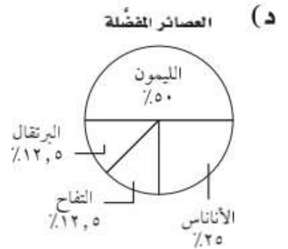
أيُّ التمثيلات الآتية يعرض هذه البيانات؟

أ) العصائر المفضَّلة
الأناناس ٪٥٠
الليمون ٪٢٥
البرتقال ٪١٢,٥
التفاح ٪١٢,٥

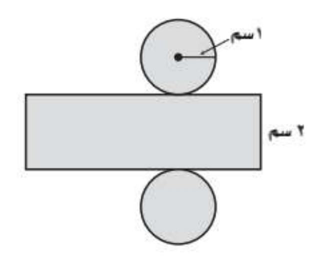
جـ) العصائر المفضَّلة
الليمون ٪٤٠
البرتقال ٪٢٥
التفاح ٪١٥
الأناناس ٪٢٠

ب) العصائر المفضَّلة
الليمون ٪٤٠
الأناناس ٪٢٥
التفاح ٪٢٠
البرتقال ٪١٥

د) العصائر المفضَّلة



٢ عند طيِّ المخطط أدناه تتكون أسطوانة، فما المساحة الكلية التقريبية لسطح هذه الأسطوانة؟



أ) ٦,٣ سم^{٢} **جـ)** ٢١,٣ سم^{٢}

ب) ١٨,٨ سم^{٢} **د)** ٤٢,٦ سم^{٢}

٣ ما أساس المتتابعة الحسابية: ٢٠، ١٦، ١٢، ٨، ...

أ) ٢٠

ب) ٤

جـ) ٢

د) −٤

٤ كان معدل درجات دُعاء في الرياضيات ٨٢، أي الطالبات فيما يأتي لها المعدل نفسه؟

أ) حصلت آمنة على ما مجموعه ٤٩٢ درجة في ٦ اختباراتٍ.

ب) حصلت رغد على ما مجموعه٣٥٢ درجة في ٤ اختباراتٍ.

جـ) حصلت إيناس على ما مجموعه ٤٦٨ درجة في ٦ اختباراتٍ.

د) حصلت زينة على ما مجموعه ٣٤٤ درجة في ٤ اختباراتٍ.

٥ إذا كان احتمال أن يسجل رائد هدفًا في مباراة هو $\frac{٣}{٥}$، فكم هدفًا تتوقع أن يسجل في ٦٠ مباراة؟

أ) ٥٠ **جـ)** ٣٠

ب) ٣٦ **د)** ٢٤

٦ يوضح الجدول أدناه جميع النتائج الممكنة لثلاثة مفاتيح كهربائية من حيث كونها مفتوحة أو مغلقة.

مفتاح ١	مفتاح ٢	مفتاح ٣
مفتوح	مفتوح	مفتوح
مفتوح	مفتوح	مغلق
مفتوح	مغلق	مفتوح
مفتوح	مغلق	مغلق
مغلق	مفتوح	مفتوح
مغلق	مفتوح	مغلق
مغلق	مغلق	مفتوح
مغلق	مغلق	مغلق

إذا اختيرت عينة عشوائية، فأيُّ العبارات الآتية صحيحة؟

أ) احتمال أن تكون المفاتيح الكهربائية كلها مفتوحة، هو الاحتمال نفسه أن تكون كلها مغلقة.

ب) احتمال أن يكون مفتاح كهربائي واحد مفتوحًا، أكبر من احتمال أن يكون هناك مفتاحان مفتوحان.

جـ) احتمال أن يكون لمفتاحين النتائج نفسها بالضبط هو $\frac{١}{٢}$.

د) احتمال أن يكون مفتاح واحد على الأقل مفتوحًا أكبر من احتمال أن يكون مفتاح واحد على الأقل مغلقًا.

٧ أُجريت دراسة إحصائية على ٣٢ طالبًا حول مادتهم المفضلة، فأجاب ١٤ منهم أنهم يفضلون العلوم، فكم تتوقع أن يكون عدد الطلاب الذين يفضلون مادة العلوم، إذا كان عدد الطلاب الكلي ٨٨٠ طالبًا؟

أ) ٤٩٥ **جـ)** ٢٨١

ب) ٣٨٥ **د)** ١٣٢

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤال الآتي:

٨ يبيع محل خضار كلَّ ٣ كيلوجراماتٍ من التفاح بـ٢١ ريالًا، فما ثمن ١٠ كيلوجرامات من التفاح نفسه؟

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

٩ علبة فيها (١٥) قطعة كعك متماثلة، ٥ منها محشوة بالمكسرات وَ٥ بالتمر وَ٥ بالعسل. إذا سُحب من العلبة كعكتان واحدة تلو الأخرى، دون إعادة الكعكة المسحوبة الأولى إلى العلبة.

أ) ما احتمال أن تكون كل منهما محشوة بالمكسرات؟

ب) ما احتمال سحب كعكة محشوة بالعسل من الكعك المتبقّي في العلبة بعد سحب كعكتين محشوّتين بالمكسرات.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟									
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
فراجع الدرس	٣–٩	٦–٦	١–٨	٤–٩	٣–١٠	٢–١٠	٥–١٠	٥–٨	٢–١٠

